3686 Bibl. Mont 336

Vollſtändige Theorie
der
Saug- und Hebepumpen,
und
Grundſätze zu ihrer vortheilhafteſten Anordnung,
vorzüglich
in Rückſicht auf Bergbau und Salinenweſen,
nebſt einer
Beſchreibung
der in den
engliſchen Bergwerken gebräuchlichen hohen Kunſtſätze,
und einigen
Vorſchlägen
zur
Verbeſſerung der deutſchen Waſſerkünſte.

Von
D. Joſeph Baader
Kurpfalzbairiſchem Maſchinendirektor, der kurfürſtlichen Akademie der Wiſſenſchaften zu München und der königl. medic. Geſellſchaft zu Edinburg Mitglied.

Mit ſechs Kupfertafeln.

Bayreuth,
bey Johann Andreas Lübecks Erben.
1797.

Non fingendum aut excogitandum, ſed videndum quid natura faciat aut ferat.

BACO DE VERUL.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Seiner Excellenz

dem

Hochgebohrnen Herrn

Joſeph Auguſt

des heiligen römiſchen Reichs

Grafen von Törring und Gronsfeld

zu Jettenbach,

des hohen

Ritterordens des heil. Georg Kapitular und Schatzmeiſter,

kurpfalzbairiſchen Kämmerer,

wirklichen geheimen Rathe, Hof- und Forſtkammer-

Präſidenten in München,

Oberſt Münz- und Bergmeiſter in den obern Kurlanden,

dann

der kurfürſtlichen General- Seidenzucht in Baiern und der Porzellanfabrike

Direktorn.

Euer Excellenz!

Hochgebohrner Reichsgraf,

Hochgebietender Herr Hofkammer Präſident,

Mein gnädiger Herr!

Wenn in dem ruhigen Bewußtſeyn der Erfüllung ſeiner Pflichten im angewieſenen Wirkungskreiſe der größte, oft der ganze, Lohn beſteht, welcher dem redlichen und thätigen Staatsbürger vom Mittelſtande für die größtmöglichſte Anſtrengung ſeiner Kräfte im Dienſte ſeines Fürſten und ſeines Vaterlandes zu Theil wird, ſo iſt das Schickſal desjenigen doppelt neidenswerth, welcher das Glück hat, unter einem einſichtsvollen, gerechten und weiſen Chef zu dienen, deſſen

deſſen Kennerblick das Verdienſt in jedem ſeiner Subalternen zu unterſcheiden, und deſſen patriotiſche Billigkeit ſolches verhältnißmäſſig zu benützen und aufzumuntern weiß.

Wie ſehr ich dieſes Glück in ſeinem ganzen Umfange fühle und ſchätze, und wie eifrig ich mich deſſelben immer würdiger zu machen ſtrebe, ſoll dieſes öffentliche Merkmal der reinſten unbegränzten Ehrfurcht gegen Euer Excellenz bezeugen, mit welcher ich Hochdenenſelben gegenwärtiges,

über

über einen für unſer Vaterland beſonders wichtigen Gegenſtand geſchriebenes, Werk zu überreichen mich erkühne, und womit ich Euer Excellenz zugleich von der Art, wie ich bisher einen Theil der von meinen Berufsgeſchäften übrig gebliebenen Zeit angewendet habe, Rechenſchaft zu geben wünſchte.

Sollte dieſe Arbeit das Glück haben, Euer Excellenz hohen Beyfall zu erhalten, und das gnädige Zutrauen, deſſen Sie bisher meine geringen Kenntniſſe und Kräfte in einem

so

ſo wichtigen Fache gewürdigt haben, zu befeſtigen und zu er=
weitern, ſo iſt der höchſte Gipfel meiner Wünſche erreicht.

Ich habe die Ehre mich in aller Unterthänigkeit zu nennen

Hochgebohrner Reichsgraf!

Hochgebietender Herr Hofkammer Präſident,

Euer Excellenz

München den erſten Sept.
1797.

gehorſamſter Diener
Joſeph Baader.

Vorrede.

Als ich vor zehn Jahren anfieng mich mit dem Maſchinenweſen, und zwar vorzüglich mit hydrauliſchen Anlagen, praktiſch zu beſchäftigen, fühlte ich mit jedem Schritte die Unentbehrlichkeit einer brauchbaren, ſichern, vollſtändigen Theorie; und da ich durch Erfahrung immer mehr überzeugt wurde, daß zur richtigen Beurtheilung, und vortheilhafteſten Anordnung groſſer Maſchinen die gewöhnlichen Schulkenntniſſe der ſogenannten angewandten Mathematik keineswegs hinreichen, ſo gab ich mir Mühe, alle die vorzüglichſten und berühmteſten Werke älterer und neuerer Hydrodynamiker durchzuſtudiren, in welchen ich für jeden in der Ausübung vorkommenden Fall eine ſichere Leitung, für jedes verwickelte Problem eine befriedigende Auflöſung zu finden hofte. Allein wie wenig entſprach der Erfolg meiner Erwartung, als ich einige der bekannteſten, allgemein geprieſenen, hundertmal nachgeſchriebenen und nie geprüften Theorien mit den Reſultaten verglich, die ich aus meinen häufigen im Groſſen angeſtellten Erfahrungen und Beobachtungen zog, zu welchen mein ſiebenjähriger Aufenthalt in Großbrittanien, und mein dortiges Gewerbe als praktiſcher Mechaniker (Engineer) mir ſo vorzügliche Gelegenheit darbot! — Es würde mich zu weit von meinem gegenwärtigen Zwecke entfernen, wenn ich hier nur der Hälfte derjenigen Fälle erwähnen wollte, in welchen ich die gewöhnlichen Theorien in offenbarem Widerſpruche mit der Erfahrung, folglich mit der Wahrheit, gefunden habe; und ich begnüge mich daher (vorzüglich um dem Verdachte einer auf Nichts gegründeten Behauptung von Seite derjenigen meiner Leſer zu entgehen, denen das Iurare in verba magiſtri, und das Anſehen groſſer Männer mehr als eigenes Urtheil und Thatſachen gilt) im Vorbeygehen hier nur auf drey der auffallendſten Beyſpiele hinzuweiſen: Herrn **Belidor's Theorie der Getreidemühlen**, welche ſeit einem

halben Jahrhundert allgemein angenommen und unzähligemal nachgeſchrieben worden iſt — Herrn Hofrath Karſten's Theorie der Windflügel — und die Bernoulliſche, von den H. H. Euler, Karſten und Boſſüt angenommene, und ganz neuerlich von Herrn Rath und Profeſſor Langsdorf mit vielem Scharfſinn ausgearbeitete Lehre von der Rückwirkung des Waſſers und ihrem Gebrauch bey Maſchinen.

Für die gänzliche Falſchheit und Unbrauchbarkeit der erſtern bürgen die in England allgemein bekannten Erfahrungen, daß der eigentliche Widerſtand, ſo wie der Effekt, einer Getreidmühle ganz allein von der Oberfläche und Umlaufsgeſchwindigkeit des Läufers, aber nicht im geringſten von dem Gewichte deſſelben abhängt, da ein alter abgenüzter Läufer, der nur noch ſechs Zoll Höhe hat, eben ſo gut mahlt, und (den Unterſchied der Reibung in der Pfanne des Mühleiſens abgerechnet) um Nichts leichter bewegt wird, als ein neuer von demſelben Durchmeſſer und einer Höhe von drey Fuß — daß es auf die gröſſere oder geringere Dicke des ſogenannten Steges, welcher das Mühleiſen trägt, und deſſen vorgebliche Elaſtizität (worüber Herr Belidor eine beſondere Formel angegeben hat) ganz und gar nicht ankömmt, da der ſtärkſte unbeugſamſte Balken hiezu die beſten Dienſte leiſtet — daß die von demſelben Schriftſteller angegebene, aus einer ganz falſchen Theorie hergeleitete, und ſeither ohne Prüfung blindlings auf ſein Wort angenommene allgemeine Formel zur Beſtimmung des Widerſtandes der Reibung zwiſchen Zahn und Getriebe vollkommen falſch iſt, da ſolcher, bey demſelben abſoluten Druck, allemal deſto gröſſer befunden wird, je kleiner der Durchmeſſer eines Rades oder Getriebes, und je gröſſer die Schrift, d. i. je geringer die Anzahl der Kämme oder Triebſtöcke iſt, ſo daß er ſtatt $\frac{1}{18}$ des Druckes (wie Herr Belidor allgemein angiebt) in einigen Fällen kaum $\frac{1}{30}$, in andern wieder mehr als $\frac{1}{6}$ werden kann; da endlich auch die Reibung zwiſchen einem Kammrad und Getriebe, bey gleichem Druck und gleicher Gröſſe, weit beträchtlicher iſt, als zwiſchen einem Stirnrad und Getriebe.

Ueber

Ueber die Unbrauchbarkeit der bisherigen Windmühlentheorien ſtimmen alle Erfahrungen, und ſelbſt die neueſten theoretiſchen Schriftſteller überein.

Daß aber die allgemein von den größten Männern unſers Jahrhunderts angenommene Theorie der Rückwirkung des ausſtrömenden Waſſers unrichtig iſt, daß die unter dem Namen des Segner'ſchen Waſſerrades bekannte Reaktionsmaſchine (deren Wirkung nach den Berechnungen der H. H. Euler, Karſten, Boſſüt und Langsdorf alle übrigen hydrodynamiſchen Maſchinen übertreffen ſollte) von keinem Nutzen in der Anwendung iſt, und eigentlich nur zu den phyſiſchen und mechaniſchen Spielwerken gehört, indem ein gutes oberſchlächtiges Rad, bey gleicher Waſſermenge und Gefälle mehr als sechsmal ſo viel leiſtet; und daß beſonders durch Herrn Eulers vorgebliche Verbeſſerung dieſer Maſchine ihre Wirkung noch um die Hälfte vermindert wird, darüber mache ich mich anheiſchig bey einer andern Gelegenheit den Beweiß zu führen.

Entdeckungen dieſer Art ſind freylich nicht dazu gemacht, das Zutrauen des Praktikers und ſeinen Glauben an die Theorie zu befeſtigen, und es iſt vielmehr, bey ſo auffallenden Widerſprüchen, kein Wunder, wenn der Mann vom Leder, der Baumeiſter und der Künſtler ſich immer weiter von allem Calcul entfernt, je näher er die Lücken und Mängel deſſelben kennen lernt, und daß er zulezt (beſonders bey einer unglücklichen Bekanntſchaft mit Halbgelehrten, die ſich Theoretiker nennen, ſobald ſie nur eine Formel zuſammen ſchmieren können) im gerechten Unwillen über ſeine verlorne Zeit und ſeine getäuſchten Erwartungen alle Theorie überhaupt nicht nur für unnütze und entbehrliche, ſondern ſogar für gefährliche und irreleitende Spekulation hält. Kein Wunder, wenn der gemeine Handwerker von einer Wiſſenſchaft, die er nur aus dergleichen unglücklichen Anwendungen kennt, ſo erniedrigende Begriffe hat, daß er das Wort: Theoretiker ordentlich als Schimpfnamen gebraucht, womit er, ohne Unterſchied, jeden mechaniſchen Quackſalber, jeden luftigen Projektanten,

tanten, jeden unwiſſenden Perpetuomobiliſten belegt, und bey jeder Gelegenheit den alten Machtſpruch zitirt: das geht wohl in der Theorie, aber nicht in der Praxis! —

Auf mich brachten indeſſen obige Erfahrungen gerade die entgegengeſezte Wirkung herfür. — Um einiger einzelnen irrigen Sätze willen die ganze Wiſſenſchaft zu verwerfen, ſchien mir eben ſo unbillig und ungereimt, als ob man aus Furcht für Trugſchlüſſen überhaupt auf alles Denken Verzicht thun wollte. Weit entfernt die Irrthümer einiger Mathematiker der Mathematik ſelbſt zuzuſchreiben, deren wohlthätiger untrüglicher Beyſtand mir aus unzählichen andern Fällen bekannt war, und vollkommen überzeugt, daß alles, was praktiſch wahr iſt, auch theoretiſch richtig ſeyn müſſe, ſuchte ich vielmehr immer tiefer in die Kunſtgriffe der Analytik einzudringen, den Denk- oder Rechnungsfehlern in ſolchen Theorien, die ich a poſteriori für falſch erkannte, wo möglich, bis zu ihrer Quelle nachzuſpüren, und dann, mit Vermeidung aller unſichern Hypotheſen und Aufopferung aller unnützen Subtilitäten, einen andern Weg einzuſchlagen, der mich zu paſſendern, mit meinen eigenen und anderer Praktiker Erfahrungen genauer übereinſtimmenden Reſultaten führen möchte: und ich war nicht ſelten ſo glücklich, den mir vorgeſezten Zweck zu meiner gänzlichen Zufriedenheit zu erreichen.

So entſtanden nach und nach verſchiedene mathematiſche Aufſätze, die urſprünglich blos zu meinem eigenen Gebrauche beſtimmt waren, um mir nämlich bey den Anlagen, die ich zu dirigiren hatte, den Mangel beſſerer gedruckter Werke zu erſetzen, und deren Brauchbarkeit ich in der Folge durch eigene Erfahrungen zu prüfen und zu beſtätigen häufige Gelegenheit fand. Als ein Beyſpiel dieſer Art von Arbeiten lege ich hiemit meinen Landsleuten gegenwärtige vollſtändige Theorie der Saug- und Hebepumpen nebſt einer genauen Beſchreibung der in England üblichen hohen Kunſtſätze nach den neueſten bis jezt in Deutſchland nicht bekannten Verbeſſerungen vor; und von dem Beyfalle vollgiltiger und unbefan-

gener

gener Richter (nicht von anonymen Schülerverſuchen im Rezenſiren) wird es abhangen, ob dieſem erſten Verſuche noch mehrere ähnliche über die wichtigſten Zweige des Maſchinenweſens, z. B. über Druckwerke und Waſſerſäulenmaſchinen, über Waſſerräder, über Blaſemaſchinen, über Dampfmaſchinen u. d. gl. folgen ſollen oder nicht.

Vielleicht dürften einigen meiner Leſer die ſieben erſten Kapitel dieſes Werkes für den Zweck deſſelben zu ausführlich, und mehr für ein allgemeines Lehrbuch der Hydraulik als für eine Theorie der Pumpen zu paſſen ſcheinen. Ich bitte aber zu bemerken, daß eben dieſe ſieben Kapitel alle die Lehren und Sätze enthalten, worauf meine Theorie gebaut iſt, und daß ſie alſo nothwendigerweiſe dieſer voraus geſchickt werden mußten, weil ich dieſe Lehren in allen mir bekannten Lehrbüchern der Hydraulik theils gar nicht, theils nicht in der Ordnung und dem Zuſammenhange vorgetragen fand, die mir zu meinem Zwecke die ſchicklichſten ſchienen. Freylich führten mich dieſe Unterſuchungen etwas weit, bis zur erſten einfachſten Aufgabe in der Hydraulik: dem Ausfluß des Waſſers aus prismatiſchen oder zylindriſchen Gefäſſen, zurück; Dieß war aber auch nothwendig, da bisher gerade hier die Quelle der meiſten Fehlſchlüſſe, und der größten Unbeſtimmtheit in der Anwendung hydrauliſcher Grundſätze lag, und ich ſchmeichle mir, durch Auffindung einer auf alle möglichen Verhältniſſe der Weite der Ausflußöfnung zur Weite des Gefäßes vollkommen paſſenden allgemeinen hydrauliſchen Grundformel, und die glückliche im ganzen Werk durchgeführte Anwendung derſelben eine groſſe Lücke in dieſer Wiſſenſchaft ausgefüllt, und ein Problem gelöſet zu haben, deſſen Auflöſung ſelbſt dem verdienſt- und einſichtsvollſten der neuern hydrodynamiſchen Schriftſteller, Herrn Rath Langsdorf, unmöglich geſchienen hat.

Man hat nämlich bis jezt allgemein angenommen, daß die Geſchwindigkeit des durch die Bodenöfnung eines Gefäßes ausſtrömenden Waſſers der ganzen Druckhöhe über der Oefnung zugehöre, und von

dieſem

dieſem Satz (der doch im ſtrengſten Sinne nur für Gefäße von unendlicher Weite ganz wahr iſt, und nur bey Oefnungen, welche gegen die Weite der Gefäße ſehr klein ſind, ohne merklichen Irrthum gelten kann) ohne alle Rückſicht auf das verſchiedene Verhältniß der Weite der Oefnung zur Weite des Gefäßes, auch in ſolchen Fällen Gebrauch gemacht, wo das Verhältniß dieſer beyden Gröſſen keineswegs als unbedeutend auſſer Acht gelaſſen werden kann; und man ſezte ſich lieber über die fühlbarſten Unrichtigkeiten, welche bey dieſer Methode unvermeidlich waren, hinweg, und tröſtete ſich mit der Unmöglichkeit einer allgemein brauchbaren Auflöſung jener Aufgabe, als daß man durch Anwendung der einzigen von Herrn Bernoulli angegebenen Grundformel, welche auf zu offenbare Widerſprüche und Ungereimtheiten führte,*) ſich noch mehr von der Wahrheit entfernte.

Herr Langsdorf giebt ſich zwar in ſeinem fürtreflichen Lehrbuche der Hydraulik (Seite 18 bis 20) viele Mühe, den wahren Sinn jener Bernoulliſchen Formel zu erklären, und ſolche gegen die auffallendſten Einwürfe zu rechtfertigen: allein ich muß geſtehen, daß ſeine Gründe für mich weder überzeugend noch befriedigend ſind. Nach meinen Begriffen muß jede mechaniſche oder hydrodynamiſche Grundformel allgemeine Darſtellung eines phyſiſchen Geſetzes ſeyn, allen möglichen Bedingungen der Aufgabe vollkommen Genüge thun, und die Auflöſung derſelben ſchon in ſich begreifen, ohne daß man in einzelnen Fällen genöthigt ſey, zu einer Reſervatio mentalis, zu einer unnatürlichen Erklärung, zu erdichteten, in der Aufgabe nicht begriffenen, und damit nicht vereinbaren, Umſtänden, zu unſtatthaften oder wohl gar unmöglichen Vorausſetzungen ſeine Zuflucht zu nehmen, um brauchbare oder wenigſtens nicht ungereimte Reſultate zu erhalten.

---

*) Siehe die Anmerkung zum §. 11. Seite 9 — 10.

erhalten. Nach Herrn Langsdorf ſollte nämlich die Formel $\frac{v^2}{4g} = h \cdot \frac{A^2}{A^2 - a^2}$ *) die ſtillſchweigende Vorausſetzung in ſich begreifen, daß der Zufluß in das Gefäß aus einem andern unmittelbar über dem Waſſerſpiegel A befindlichen unendlich weiten Gefäße geſchehe, in welchem die unveränderliche Waſſerhöhe $x = \frac{c^2}{4g}$ wäre, wenn c die Geſchwindigkeit des ſinkenden Waſſerſpiegels A anzeigt, da dann durch dieſe Vergröſſerung der drückenden Waſſerſäule die geſammte Waſſerhöhe ſtatt h nunmehr $h + x = h + \frac{c^2}{4g}$, folglich $\frac{v^2}{4g} = h + \frac{c^2}{4g}$ werden ſoll, woraus ſich, weil $c = v \cdot \frac{a}{A}$ iſt, unmittelbar $\frac{v^2}{4g} = h \cdot \frac{A^2}{A^2 - a^2}$ ergäbe. Und dieſe Vorausſetzung ſcheint ihm zum Begriffe der beſtändigen Vollerhaltung aus dem beſondern Grunde nothwendig zu ſeyn, "weil die Geſchwindig- "keit des ſinkenden Waſſerſpiegels, wenn blos die Schwer- "kraft in Betrachtung kömmt, nicht von den unter ihm lie- "genden Schichten bewirkt werden könne, ſondern dazu eine "neue Waſſerſäule über dem Waſſerſpiegel erfordert werde, "deren Höhe $= h \cdot \frac{a^2}{A^2}$ ſeyn müßte." (§. 19. a. a. O. da $\frac{w^2}{W^2}$ ſtatt $\frac{a^2}{A^2}$ ſteht.)

Mir ſcheint indeſſen eine ſolche Vorausſetzung eben ſo unnöthig zu ſeyn, als ſie falſch und zur Beſtimmung der eigentlich geſuchten Verhältniſſe unzureichend iſt. Denn fürs Erſte ſehe ich nicht ein, warum es ſogar phyſiſch unmöglich ſeyn ſollte (wie H. L. im 22ſten §. a. O. behauptet) ein Gefäß, aus welchem das Waſſer durch eine Bodenöfnung abfließt, beſtändig auf eine unveränderliche Höhe angefüllt zu erhalten, ohne die der Ausflußgeſchwindigkeit zugehörige Höhe durch einen neuen von oben auf den Waſſerſpiegel anzubringenden Druck zu vergröſſern,

---

*) Hiebey iſt v die Ausflußgeſchwindigkeit; h die (beſtändige) Waſſerhöhe im Gefäße; A, die Weite deſſelben, a die Weite der Oefnung, und g die Beſchleunigung der Schwere.

ſern, da man doch ſehr leicht durch einen ſachten gleichförmigen Zufluß von der Seite ein ſolches Gefäß beſtändig bis zum Ueberlaufen voll erhalten kann. Wird aber das Waſſer beſtändig auf derſelben Höhe h erhalten, ſo ſinkt ja der Waſſerſpiegel nicht, ſeine Geſchwindigkeit iſt $= 0$: folglich kann auch keine Kraft nöthig ſeyn, dieſe Geſchwindigkeit herfür zu bringen. 2°) Geſezt aber auch, daß der Waſſerſpiegel mit der Geſchwindigkeit c niederſänke (wie bey einem ſich ausleerenden Gefäße geſchieht) und es würde hiezu eine beſondere Kraft erfordert, und dieſe Kraft wäre wirklich vorhanden, und dem Druck einer Waſſerſäule von der Höhe $x = \frac{c^2}{4g}$ gleich, ſo würde ja offenbar dieſe Kraft ſchon ganz auf das Sinken des Waſſerſpiegels verwendet, und könnte daher als Zuſatz zur eigentlichen Druckhöhe, welche den Ausfluß durch die Bodenöfnung bewirken muß, nicht noch einmal in Rechnung kommen, weil dieſelbe Kraft nicht zugleich eine doppelte Wirkung herfürbringen kann. Die der Ausflußgeſchwindigkeit zuſtändige Höhe bliebe daher immer nur $\frac{v^2}{4g} = h$. Dieß folgt auch ſchon unmittelbar aus dem Vortrage des Herrn Langsdorf ſelbſt: denn wenn die der Geſchwindigkeit des Waſſerſpiegels zugehörige Höhe $= h \cdot \frac{a^2}{A^2}$ iſt, (a. O. §. 19.) ſo muß, da eben dieſe Höhe $x = \frac{c^2}{4g}$ iſt, auch $\frac{c^2}{4g} = h \cdot \frac{a^2}{A^2}$ ſeyn; es iſt aber $\frac{c^2}{4g} = \frac{v^2}{4g} \cdot \frac{a^2}{A^2}$, alſo $\frac{v^2}{4g} = h$. Es iſt aber ſchon an ſich falſch, daß der Waſſerſpiegel ohne einen beſondern über ihm angebrachten Druck nicht ſinken könne, da dieſes Sinken der oberſten Waſſertheilchen, welche den Spiegel bilden, durch den Zuſammenhang mit den unmittelbar darunter befindlichen, durch ihre Schwere ſinkenden, Schichten ganz natürlich bewirkt wird. Wäre dieſer Zuſammenhang ohne eine fremde Kraft nicht hinreichend, das Sinken der Oberfläche zu bewirken, ſo müßte man bey einem ſich ohne Zufluß ausleerenden Gefäße den Druck der Atmosphäre zu Hilfe nehmen, um eine ſo einfache Erſcheinung zu erklären: dann könnte aber im luftleeren Raume ein Gefäß ſich gar nicht ausleeren, oder die Oberfläche müßte ſich von der übrigen Waſſermaſſe trennen! — 3°) Wenn die beſtändige Waſſerhöhe über der Oefnung h, die (durchaus gleiche) Weite des Gefäßes A, und die

die Weite der Oefnung im Boden a gegeben ſind, und man ſucht einen Ausdruck für die Geſchwindigkeit v des ausſtrömenden Waſſers durch eine Gleichung zwiſchen den gegebenen Gröſſen, ſo iſt die Annahme eines über meinem Waſſerſpiegel geſezten unendlich weiten Behälters gegen die erſte Bedingung meiner Aufgabe: denn wenn ich einmal unter h den lothrechten Abſtand des Waſſerſpiegels von der Bodenöfnung verſtehe, ſo kann ich mir dabey nicht zugleich einen gröſſern Abſtand $h + x$ denken, oder über dem vorhandenen noch einen höhern, alſo zwey Waſſerſpiegel übereinander annehmen; dieß hieße ſo viel als: h wäre nicht $= h$, ſondern $h = h + x$, und der Waſſerſpiegel wäre nicht der Waſſerſpiegel! — Iſt nun dieſer unendlich weite Behälter eine bloſſe Erdichtung, ſo kann ja die bloß in meiner Einbildung exiſtirende Waſſerſäule x den wirklichen Druck auf die Bodenöfnung nicht vermehren, folglich auch $\frac{v^2}{4g}$ nicht $>$ h werden. Iſt er hingegen wirklich vorhanden, oder kann der nöthige Zufluß nicht anders als durch Vergröſſerung der gegebenen Waſſerhöhe h bewirkt werden, ſo iſt nunmehr die wahre Waſſerhöhe nicht mehr h, ſondern $h + x$, welche ich H nennen will, und man erhält $\frac{v^2}{4g} = H$, eine Formel, worinn wieder die Gröſſen a und A nicht vorkommen, und wodurch alſo die beſtimmte Aufgabe nicht gelöſet wird. — 4°) So wie die allgemeine Formel $v = 2\sqrt{gh}$ (welche von Herrn Langsdorf in der Folge, wie von allen andern Schriftſtellern, mit gänzlicher Vernachläſſigung des Verhältniſſes $a : A$, durchgehends angewendet wird) auch bey einem ſich ohne Zufluß ausleerenden Gefäße (da h veränderlich iſt, und mit jedem Augenblicke abnimmt) bey einer gegen die Weite des Gefäßes ſehr kleinen Oefnung die Geſchwindigkeit des abflieſſenden Waſſers in jedem Augenblicke ausdrückt, ſo müßte, wenn jene Formel richtig wäre, bey einem bedeutenden Werthe von $\frac{a}{A}$, jene Geſchwindigkeit in jedem Augenblicke der Höhe $h . \frac{A^2}{A^2 - a^2}$ zugehören, folglich immer gröſſer als $2\sqrt{g h}$ ſeyn, welches der Erfahrung widerſpricht. Oder ſollte man vielleicht bey einem ſich ausleerenden Gefäße wieder einen darüber ſtehenden unendlich weiten Behälter annehmen? dann müſte, weil die Geſchwindigkeit des ſinkenden Waſſer-

ſpiegels mit jedem Augenblick abnimmt, auch die Höhe x in dem darüber geſezten Behälter in gleichem Maaße abnehmen, d. i. der unendlich groſſe Waſſerſpiegel müſte ſinken! ein Widerſpruch, dem man nur durch die Vorausſetzung, daß der ganze unendliche Behälter zugleich mit ſinkt, das heißt: durch eine noch gröſſere Ungereimtheit, ausweichen kann. — Für den lezten Fall, nämlich für ein ohne Zufluß ſich ausleerendes Gefäß, bey welchem das Verhältniß a : A nicht unbedeutend iſt, hätte man demnach gar keine Formel; und obige ſogenannte allgemeine Grundformel wäre bloß auf ein gegen die Gröſſe der Oefnung unendlich weites, beſtändig voll erhaltenes, Gefäß, und zwar unter der Vorausſetzung eines andern darüber geſezten unendlich weiten Zuflußbehälters, alſo auf einen einzigen Fall, und dieß noch mit eigentlich unmöglichen Bedingungen, eingeſchränkt! — Dieß kömmt mir beynahe ſo vor, als ob der wißbegierige Anfänger in der Lehre von den Geſetzen der Bewegung flüſſiger Körper gleich bey der erſten, wichtigſten, einfachſten Frage ohngefähr mit dieſen Worten abgefertigt würde: "Du mußt ſchlechterdings etwas annehmen, was in deinem Falle nicht exiſtirt, und an ſich unmöglich iſt, damit eine von den gröſten Männern unſers Jahrhunderts mit vieler Mühe und Scharfſinn durch die feinſten Kunſtgriffe der höhern Analyſis herausgebrachte Formel nicht zu Schanden werde. Wo du aber das nicht kannſt oder willſt, da haben wir keine Auflöſung für deine Aufgabe, keine Antwort auf deine Frage." —

In der That ſcheint der verdienſtvolle Herr Verfaſſer des erwähnten Lehrbuches dieſe Verlegenheit ſelbſt zu fühlen, da er (Seite 24) geſteht: "der einzige Gebrauch der Formel $H = \frac{W^2}{W^2 - \omega^2} \cdot h$ beſteht alſo darinn, daß er die möglich geringſte Höhe $\frac{\omega^2}{W^2 - \omega^2} \cdot h$ angiebt, von welcher das Zuflußwaſſer hergeleitet werden kann, wenn ſolches das Gefäß beſtändig auf die Höhe h an-

"gefüllt

"gefüllt erhalten ſoll. Man erſieht hieraus, daß prismati- "ſche Gefäße ohne Boden, d. i. für welche ω = W iſt, eine un- "endliche Zuflußhöhe erfordern, wie auch ſchon für ſich klar "iſt, weil darinn die Geſchwindigkeit auf der Oberfläche der "in der Bodenöfnung, wenn das Waſſer gleiche Höhe h be- "halten ſollte, gleich werden müßte, welches aber nie geſche- "hen kann. Für alle andere Anwendungen iſt ſie eine völ- "lig falſche Grundformel."

Ich bin indeſſen auch hier nicht ganz von Herrn Langsdorf's Meinung, und glaube, daß ſelbſt für dieſen Fall, nämlich die Ausleerung eines Gefäßes ohne Boden, die Anwendung der Bernoulliſchen Formel auf die größte Ungereimtheit führt.

Das Waſſer drückt auf den Boden eines Gefäßes, in welchem es ruhig ſteht, mit ſeiner ganzen Höhe, und würde ſolchem, wenn er plötzlich ganz zu widerſtehen aufhörte, und das Waſſer ſelbſt nicht träge wäre, in dem erſten Augenblicke die dieſer Höhe zukommende Geſchwindigkeit mittheilen. Mit eben dieſer Geſchwindigkeit fährt daſſelbe durch eine oder mehrere kleine Oefnungen (wenn ſonſt die Wirkung der drückenden Waſſerſäule durch nichts vermindert wird) zugleich heraus, ihre Anzahl und Gröſſe mag auch noch ſo beträchtlich ſeyn, ſelbſt wenn der Boden wie ein Sieb durchlöchert wäre. Wenn man ſich nun vorſtellt, daß alle dieſe Oefnungen plötzlich in eine einzige von der ganzen Weite des Gefäßes zuſammenflöſſen, warum ſollte das Aggregat aller einzelnen Fäden, welche den herausſchieſſenden dicken Waſſerſtrahl bilden, in dem erſten Augenblicke, d. i. ſo lange die ganze Waſſerſäule h noch exiſtirt, eine gröſſere Geſchwindigkeit erhalten, als die, welche jedem einzelnen Faden zukömmt? — und wie in aller Welt läßt ſich da die unmittelbar aus obiger Formel ſich ergebende unendliche Geſchwindigkeit als Wirkung einer endlichen Urſache (des Waſſerdrucks h) begreifen oder behaupten? — Ich habe alle Ehrfurcht für die Verdienſte des unſterblichen Mannes,

Mannes, welcher dieſe Formel zuerſt angegeben, und aller der berühmten Schriftſteller, die ſolche nach ihm angenommen haben; allein wenn auch hundert Bernoullis, Euler und d'Alemberts mit ihren Namen für die Wahrheit derſelben bürgten, wenn ſie ſelbſt La Grange mit allem Aufwande ſeines Tiefſinnes und ſeiner analytiſchen Stärke bewieſen hätte, ſo könnte ich mich doch unmöglich entſchlieſſen, einen Satz zu unterſchreiben, der ſo auffallend ungereimt und falſch, und wahrhaftig ganz dazu gemacht iſt, jenen bekannten Spott über die höhere Mathematik zu rechtfertigen, daß der Verſtand da aufhören müſſe, wo die Formel anfängt.

Wenn nun die Geſchwindigkeit im unterſten Querſchnitte, oder der Oefnung des mit Waſſer angefüllten Gefäſſes ohne Boden nicht unendlich groß, ſondern der Höhe deſſelben zuſtändig iſt, ſo kann auch von oben keine unendliche Zuflußgeſchwindigkeit erfordert werden, um dieſes Gefäß beſtändig voll zu erhalten. Wäre dieß, ſo müſte auch bey jedem am Boden eines Gefäſſes lothrecht angebrachten zylindriſchen oder prismatiſchen Anſatzrohr das Waſſer im Gefäſſe unendlich hoch ſtehen, um das Rohr beſtändig voll und den Ausfluß ununterbrochen zu erhalten. Denn ein prismatiſches oder zylindriſches Gefäß ohne Boden (es mag nun ſo weit ſeyn, als man will), welches ſeinen Zufluß aus einem darüber ſtehenden unendlich weiten Gefäße erhält, iſt doch nichts anders als ein Anſatzrohr zu dieſem Gefäße? —

Eben ſo wenig kann ich Herrn Langsdorf beyſtimmen, wenn er (a. O. Seite 24) ſagt: "daß es ohne allen Nutzen ſeyn würde, "eine für alle Werthe von $\frac{\omega}{W}$ ganz genau paſſende Formel "für die Höhe zu haben, welche dem gleichförmig gewordenen "Ausfluß zugehört, weil in der Ausübung überall von Fäl"len die Rede iſt, wo entweder $\frac{\omega}{W}$ ein kleiner (unbedeutender) "Bruch iſt, da dann ohne merklichen Fehler die der Geſchwin"digkeit des Waſſers zugehörige Höhe gleich anfangs = h

"geſezt

"geſezt werden darf, oder wo die Bewegung nur kurze Zeit "fortgeſezt wird, während der ſie nach einem andern bekann"ten Geſetze beſchleunigt wird." Vielmehr bin ich vollkommen überzeugt, daß eben der bisherige Mangel einer ſolchen allgemein paſſenden Grundformel für den Ausfluß aus Gefäßen von gegebenen Dimenſionen die größte, gefährlichſte Lücke in der Hydraulik, und das wichtigſte Hinderniß gegen die Anwendung unſrer bisherigen Theorie auf unzähliche Fälle war, da gerade in der Ausübung, beſonders beym Maſchinenweſen, lauter Fälle vorkommen, wo obiges Verhältniß a : A (oder ω : W) beträchtlich genug iſt, und wo daher die Anwendung jener allgemein auf die entgegengeſezte Vorausſetzung eines gegen A ganz unbedeutenden Werthes von a gegründeten Formel $\frac{v^2}{4g} = h$ ganz und gar nicht zulängliche oder genaue Reſultate geben kann.

Das lezte wird beſonders bey der Berechnung des Widerſtandes auffallend, welchen das durch eine Röhrenleitung, die an verſchiedenen Stellen verengert iſt (wo aber doch der verengte Querſchnitt noch immer ein ſehr beträchtliches Verhältniß zur ganzen Weite des Rohres hat) ſich bewegende Waſſer erfährt. Man verſuche nur einmal in einem ſolchen Falle eine Anwendung von den im ſechſten Kapitel des Langsdorf'ſchen Lehrbuches vorgetragenen Formeln zu machen, und man wird ſich bald von der Wahrheit des hier Geſagten überzeugen.

Eben von dieſer Art iſt der hydrauliſche Widerſtand, welchen die bewegende Kraft bey jeder Pumpe zu überwinden hat, und wo jene Vorausſetzung um ſo weniger Statt finden kann, da es ſelbſt zur vortheilhaften Einrichtung dieſer Maſchinen gehört, daß die Querſchnitte der Saugröhren, Ventilöfnungen, Kolbenöfnungen, Steigröhren u. d. gl. das gröſtmögliche Verhältniß zur Weite der Stiefel- oder Kolbenröhren erhalten.

Man

Man wird bemerken, daß ich im neunten Kapitel die Lehre von der Beſchleunigung der Kräfte auf die Beſtimmung des mechaniſchen Widerſtandes, oder desjenigen, welchen die Trägheit aller mit dem Kolben bey jedem Hube von neuem in Bewegung geſezten ſchweren Maſſen verurſacht, ganz anders als Herr Rath Langsdorf angewendet habe, deſſen Theorie der Pumpen überhaupt von der meinigen weſentlich verſchieden iſt. Allein ich hoffe, daß ſelbſt dieſer würdige Gelehrte (deſſen Wahrheitsliebe ſchon durch mehrere ähnliche Geſtändniſſe, welche, ohne ſeinen litterariſchen Ruhm im geringſten zu verdunkeln, ſeinen Karakter als Mann verehrungswürdig machen, ſattſam bekannt iſt) mir zugeſtehen wird, daß der von mir hier eingeſchlagene Weg der rechte iſt. — Ich betrachte nämlich den Kolben einer jeden Pumpe (wenn die auf ihn wirkende Kraft zu den beſtändigen gehört) als einen Körper, der ſich im widerſtehenden Medium bewegt, und ſuche aus den bekannten mechaniſchen Geſetzen dieſer Bewegung alle in Rückſicht der erlangten Geſchwindigkeit, des zurückgelegten Raumes, der Zeit des Hubes oder Rückzuges, und des hierzu erforderlichen Uebergewichtes vorkommenden Aufgaben mit aller der Genauigkeit zu löſen, deren dieſer Gegenſtand fähig und würdig iſt. Auch habe ich auf dieſem Wege ſchon einen Vorgänger, deſſen Anſehen (wenn es doch auf perſönliche Autorität in wiſſenſchaftlichen Gegenſtänden ankommen ſollte) wenigſtens gegen jenes von Herrn Langsdorf aufgeſtellt werden kann — den ſcharfſinnigen Verfaſſer der nun allgemein bekannten und geſchäzten Principes d'Hydraulique verifiès par un grand nombre d'Experiences faites par ordre dû Gouvernement etc. der ſich um die Erweiterung der hydrauliſchen Wiſſenſchaften unſterbliche Verdienſte erworben, und welcher im achten Kapitel vierten Abſchnitt ſeines erſten Bandes dieſelbe Methode im allgemeinen angezeigt hat; worinn ihm aber bis jezt (vielleicht wegen ſeines etwas dunkeln, gedrängten Vortrages) noch keiner ſeiner Ueberſetzer und Commentatoren nachgefolgt iſt.

Die Kupferſtiche und Beſchreibungen ſind, wie ich mir ſchmeichle, ſo deutlich und genau, daß jeder geſchickte Kunſtmeiſter ohne Schwierigkeit darnach zu arbeiten im Stande ſeyn wird. Auch hoffe ich, daß meine Gründe für die Wiedereinführung der hohen Sätze, und die von mir vorgeſchlagenen Verbeſſerungen derſelben allen Praktikern einleuchten werden, die nicht unverbrüchliche blinde Anhänglichkeit an den alten hergebrachten Schlendrian geſchworen haben, und wenigſtens von dem Vorurtheile frey ſind, daß alles, was bisher war, auch nothwendig ſo ſeyn müſſe. — Mehrere Vorſchläge und neue (größtentheils eigene) Erfindungen zur Verbeſſerung des Maſchinenweſens beym Bergbau und Salinenweſen habe ich für ein anders durchaus praktiſches Werk beſtimmt, welches, wenn es anders möglich iſt, mit nächſter Oſtermeſſe erſcheinen ſoll, und worinn ich mich, was die Berechnungen betrift, allenthalben auf die in gegenwärtigem Bande vorgetragene Theorie beziehen werde.

Die etwas ausführliche Inhaltsanzeige ſtellt in gedrängter Kürze alle im Werke ſelbſt enthaltene Sätze und Formeln (ohne Beweiſe) zur leichtern Ueberſicht des Ganzen und zum bequemern Gebrauche derjenigen dar, welche dieſelben in der Ausübung anwenden wollen, ohne ſich bey jeder einzelnen Aufgabe die Mühe geben zu müſſen, das ganze Buch zu durchblättern.

Daß dieſes Werk überhaupt keine Compilation iſt, und wenigſtens alles leiſtet, was der Titel verſpricht, daß es in Rückſicht der Pumpen eine Menge der wichtigſten Aufgaben, Grundſätze und Bemerkungen (ſowohl theoretiſche als praktiſche) enthält, die man in keinem andern ältern oder neuern Schriftſteller findet, und worauf es doch vorzüglich in der Ausübung ankömmt, wird hoffentlich kein billiger ſachkundiger Leſer verkennen. Wenn mir dann nur von dieſer Seite das Verdienſt zuerkannt wird, etwas zur Erweiterung einer ſo nützlichen Wiſſenſchaft und zur

Ver-

Verbeſſerung des Maſchinenweſens in meinem Vaterlande beygetragen zu haben, ſo halte ich mich für meine Mühe hinlänglich belohnt; und, obwohl ich auf alle Fälle zum Voraus erklären muß, daß ich weder Zeit noch Luſt habe, mich in irgend eine gelehrte Fehde einzulaſſen, ſo verſichere ich doch, daß ich bereit bin, jede freundſchaftliche Anzeige eines meiner Aufmerkſamkeit vielleicht entgangenen Fehlers mit derſelben Unbefangenheit und Wahrheitsliebe aufzunehmen, welche ich von denjenigen mir ſchätzbaren noch lebenden Gelehrten erwarte, die einzelne ihrer Sätze in dieſem Werke widerlegt oder berichtigt finden.

München den 1ſten Auguſt 1797.

Joſeph Baader.

Inhalt

Inhalt
und
Ueberſicht des Werkes.

Erſtes Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen über die Bewegung des Waſſers in prismatiſchen oder zylindriſchen Gefäßen.

§. 1. Fig. 1. 1. Tafel. Wenn des zylindriſchen oder prismatiſchen Gefäßes ABCD Querſchnitt $= A$, die Höhe der über der beweglichen Scheibe mn ſtehenden Waſſermaſſe $kmnl = h$ iſt, ſo leidet dieſe, im Stand der Ruhe, einen Druck

$$P = Ah,$$

und eben ſo groß muß daher die gegenwirkende Kraft ſeyn, wodurch die Scheibe unbeweglich erhalten wird.

§. 2. Wenn g die Beſchleunigung der Schwere, und v die der Höhe h zugehörige Geſchwindigkeit iſt, ſo hat man

$$P = A \cdot \frac{v^2}{4g},$$

$$\text{und} \quad v = 2\sqrt{\left(g \cdot \frac{P}{A}\right)}.$$

§. 3—4. Wenn die Kraft, welche auf die Scheibe in der der Schwere entgegengeſezten Richtung wirkt, $= p < Ah$ iſt, ſo ſinkt dieſe (im Beharrungsſtand) mit einer Geſchwindigkeit $c = 2\sqrt{\left(g\left(h - \frac{p}{A}\right)\right)}$ und die niederſinkende Scheibe leidet von der mit ihr zugleich ſinkenden Waſſermaſſe Ah einen Druck

$$p = A\left(h - \frac{c^2}{4g}\right) < Ah$$

$$= A\left(\frac{v^2 - c^2}{4g}\right) < P.$$

§. 5—6. Iſt hingegen die auf die Scheibe wirkende Kraft $= \Pi > Ah$, ſo bewegt ſich dieſe mit der Waſſermaſſe Ah aufwärts mit einer Geſchwindigkeit, welche für den Beharrungsſtand $= c = 2\sqrt{\left[g\left(\frac{\Pi}{A} - h\right)\right]}$ iſt; und die aufwärts bewegte Scheibe leidet von der mit ihr zugleich gehobenen Waſſermaſſe einen Druck

$$\Pi = A\left(h + \frac{c^2}{4g}\right) > Ah$$

$$= A\left(\frac{v^2 + c^2}{4g}\right) > P.$$

Zweytes Kapitel.

Vom Ausfluß des Waſſers durch die Bodenöfnung eines prismatiſchen oder zylindriſchen, beſtändig voll erhaltenen, Gefäßes.

§. 7. Wenn der ganz mit Waſſer angefüllte Zylinder $ABCD$ gegen die unbewegliche
Fig. 3. Scheibe mn mit der Geſchwindigkeit c niedergedrückt wird, ſo ſtrömt das Waſſer aus der Oefnung a mit der Geſchwindigkeit $v = c \cdot \frac{A}{a}$. Die bewegende Kraft Q hat in dieſem Falle einen doppelten Widerſtand zu überwinden: 1) die Rückwirkung des unbeweglichen Deckels AD, deſſen Fläche $A - a$ iſt, 2) die Rückwirkung des durch die Oefnung a mit der Geſchwindigkeit v ausſtrömenden Waſſerſtrahls; und die Scheibe mn leidet während der Bewegung einen Druck

$$P = Ah + \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$$

wenn h in jedem Augenblicke die Höhe der Waſſerſäule Am zwiſchen der Scheibe und dem Deckel des Zylinders anzeigt.

§. 8. Eben daſſelbe muß ſtatt finden, wenn der Zylinder unbeweglich befeſtigt, und die Scheibe mn in demſelben mit der Geſchwindigkeit c aufwärts gedrückt wird.

§. 9. Wird der Zylinder umgekehrt, daß das Waſſer durch die Bodenöfnung a mit der-
Fig. 4. ſelben Geſchwindigkeit v in entgegengeſezter Richtung ausſtrömt, ſo muß die Kraft, durch welche die Scheibe mn niedergedrückt wird,

$$P = \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right) - Ah$$

ſeyn.

§. 10.

§. 10. Nimmt man jezt die Scheibe, und die Kraft P ganz weg, und überläßt die Waſ-
Fig. 5. ſermaſſe eBCe der Wirkung ihrer eigenen Schwere, ſo wird P = o, folglich

$$Ah = \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$$

$$\text{und } h = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right).$$

§. 11. Aus dieſer **allgemeinen hydrauliſchen Grundformel** erhellet: 1) daß die Ausflußgeſchwindigkeit des Waſſers durch die Bodenöfnung eines Gefäßes von begränzter Weite kleiner als $2\sqrt{gh}$ ſeyn müſſe; 2) daß der Unterſchied deſto beträchtlicher werde, je weiter die Oefnung im Verhältniß zur Weite des Gefäßes iſt; 3) daß nur für ein Gefäß von unendlicher Weite, oder für eine Oefnung, welche der Weite des Gefäßes ſelbſt gleich iſt (ein Gefäß ohne Boden) $v = 2\sqrt{gh}$ werde, oder die Ausflußgeſchwindigkeit der **ganzen** Höhe zugehöre.

Anmerkung. Dieſe meine Grundformel ſtimmt mit der Erfahrung ſehr gut überein, und thut allen möglichen Fällen für jeden Werth von $\frac{a}{A}$ Genüge, da die von andern Schriftſtellern angegebenen hydrauliſchen Grundformeln auf ganz ungereimte Reſultate in der Anwendung führen. (ſ. die Vorrede.)

§. 12. Wenn an der Bodenöfnung des Gefäßes ABCD noch ein gleichweites zy-
Fig. 6. lindriſches Rohr mnop von der Länge l lothrecht angeſezt iſt, ſo wird (mit Beyſeitſetzung aller andern Hinderniſſe der Bewegung)

$$h + l = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right).$$

§. 13. Wenn über dem Gefäße BCDE ein anders weiteres Gefäß MNOP befind-
Fig. 7. lich iſt, und beyde beſtändig voll Waſſer erhalten werden, ſo iſt die Ausflußgeſchwindigkeit durch die Bodenöfnung a

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2 W}{A^3}\right)}}$$

Dabey

Dabey iſt

h die Höhe des Waſſerſtandes im obern Gefäße.

l — Höhe des untern Gefäßes.

A — Weite des obern,

W — Weite des untern Gefäßes.

a — Weite der Bodenöfnung.

§. 14. Sezt man in der lezten Gleichung $a = W$, ſo kömmt man auf den Fall Fig. 6. §. 12. zurück, und man findet, wie dort,

$$v = \frac{2\sqrt{[g(h+l)]}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)}},$$

Sezt man $W = A$, und $h + l = H$, ſo hat man ein einfaches Gefäß mit einer Bodenöfnung, und es kömmt obige Grundformel §. 10. zum Vorſchein.

Drittes Kapitel.

Vom Ausfluß des Waſſers, welches durch mehrere aufeinander folgende Oefnungen fließt.

§. 15. Fig. 8. Wenn in dem mit Waſſer angefüllten und beſtändig voll erhaltenen Zylinder ABCD der bewegliche Boden op mit einer Geſchwindigkeit $c = v . \frac{\varphi}{W}$ niederſinkt, und v diejenige Geſchwindigkeit iſt, mit welcher das Waſſer durch die Oefnung φ abflieſſen würde, wenn der untere Raum mopn Waſſerleer wäre, ſo wirkt die ober der Scheidewand mn befindliche Waſſermaſſe ganz und gar nicht auf die untere, und der Boden op leidet im Niedergehen nur den Druck der untern Waſſermaſſe mopn.

§. 16 — 17. Sinkt aber der Boden op, und mit ihm die Waſſermaſſe $mopn = Wl$ mit einer Geſchwindigkeit $c > v . \frac{\varphi}{W}$, ſo muß, wenn kein vacuum unter der Scheidewand mn entſtehen, und beyde Waſſermaſſen nicht von einander getrennt werden ſollen, die Geſchwindigkeit, womit das Waſſer durch φ ſtrömt, $= m > v$ werden: und da hiezu der bloſſe Druck der Waſſerſäule $Am = h$ nicht mehr hinreicht, ſo muß der Druck der Atmosphäre von oben mitwirken; oder,

was

was gleich viel iſt, ein Theil der Waſſerſäule W l muß auf das Einſaugen oder Einziehen des Waſſers durch die Oefnung φ von oben nach unten verwendet werden. Die Höhe dieſes blos auf die Suction verwendeten Theils der Waſſerſäule m o muß

$$z = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right) - h,$$

und die ganze Höhe der Waſſerſäule m o

$$l = z + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$$

ſeyn.

§. 18. Denkt man ſich den Zylinder ABCD unten ganz offen, und in eine unbe-
Fig. 9. gränzte Waſſerfläche s s eingetaucht, ſo wird die Durchflußgeſchwindigkeit durch die Oefnung φ, oder

$$m = \frac{2\sqrt{[g(h + l)]}}{\sqrt{\left(1 + 2\frac{\varphi^2}{W^2} - 2\frac{\varphi^3}{W^3}\right)}}$$

ſeyn, das Waſſer durch BC aber mit der Geſchwindigkeit

$$C = m.\frac{\varphi}{W} = \frac{2\sqrt{[g(h + l)]}}{\sqrt{\left(2 + \frac{W^2}{\varphi^2} - 2\frac{\varphi}{W}\right)}}$$

abflieſſen.

§. 19—20. Iſt die Weite des obern Gefäßes ABCD = A > W, ſo ergiebt
Fig. 10. ſich

$$m = \frac{2\sqrt{[g(h + l)]}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3} + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)}},$$

$$\text{und } c = \frac{2\sqrt{[g(h + l)]}}{\sqrt{\left(1 + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{A^3} + \frac{W^2}{\varphi^2} - \frac{\varphi}{W}\right)}}.$$

§. 21.

§. 21. Iſt das untere Gefäß mit einem Boden no verſchloſſen, in welchem eine Oef-
Fig. 11. nung a angebracht iſt, ſo wird die Ausſtrömungsgeſchwindigkeit aus dieſer Oefnung

$$v = \frac{2\sqrt{[g(h+l)]}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{\varphi^2} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2\varphi}{A^3} + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^2\varphi}{W^3} - \frac{a^3}{W^3}\right)}}.$$

§. 22. Für $\varphi = a$ wird

$$v = \frac{2\sqrt{[g(h+l)]}}{\sqrt{\left(2 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{a^2}{W^2} - 2\frac{a^3}{W^3}\right)}}.$$

Sezt man $\varphi = a = W$, ſo verwandelt ſich dieſe Formel wieder in jene, welche §. 12. für dieſen Fall gefunden worden iſt.

§. 23. Sezt man $W = A$, ſo hat man ein gleich weites Gefäß ABCD mit einer
Fig. 12. wagrechten durchlochten Scheidewand mn, und es verwandelt ſich obige Gleichung in

$$v = \frac{2\sqrt{[g(h+l)]}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{\varphi^2} + 2\frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} - 2\frac{a^2\varphi}{A^3}\right)}},$$

und, wenn auch $\varphi = a$ iſt, in

$$v = \frac{2\sqrt{[g(h+l)]}}{\sqrt{\left(2 + 2\frac{a^2}{A^2} - 3\frac{a^3}{A^3}\right)}}$$

§. 24. Bey den drey übereinander geſezten Gefäßen ABCD, mnop, cdef iſt,
Fig. 13. wenn ſie beſtändig voll bleiben, die der Ausflußgeſchwindigkeit durch die lezte, oder Bodenöfnung α zuſtändige Höhe

$$\frac{v^2}{4g} = H\left[1 + \frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} + \frac{\alpha^2}{A^2}\left(1 - \frac{\varphi}{A}\right) + \frac{\alpha^2}{W^2}\left(2 - 2\frac{a}{W} - \frac{\varphi}{W}\right) + \frac{\alpha^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{\alpha}{\omega} - \frac{a}{\omega}\right)\right]$$

Dabey iſt

H die ganze Höhe vom Waſſerſpiegel im oberſten Gefäße bis zur Bodenöfnung α,

A die Weite des oberſten Gefäßes A B C D,

W die Weite des zweyten m n o p,

ω — — — des dritten c d e f,

φ die Weite der erſten,

a die Weite der zweyten Durchflußöfnung.

α die Weite der Ausfluß- oder Bodenöfnung.

§. 25. Für $\omega = a = W$ verwandelt ſich die lezte Formel wieder in jene, welche wir §. 21. für dieſen Fall gefunden haben.

§. 26. Sind alle 3 Oefnungen von gleicher Weite, oder $\alpha = a = \varphi$, ſo ergiebt ſich nach derſelben Formel

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(3 + \frac{\alpha^2}{A^2} - \frac{\alpha^3}{A^3} + 2\frac{\alpha^2}{W^2} - 3\frac{\alpha^3}{W^3} - \frac{\alpha^2}{\omega^2} - 2\frac{\alpha^3}{\omega^3}\right)}}$$

§. 27. Bey einem gleich weiten Gefäße A B C D, in welchem mehrere durchlochte
Fig. 14. wagrechte Scheidwände in verſchiedener Höhe über einander angebracht ſind, findet man, wenn alle Oefnungen gleich weit ſind, und die Anzahl der Scheidwände n iſt,

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left[1 + n\left(1 + 2\frac{a^2}{A^2} - 3\frac{a^3}{A^3}\right)\right]}}.$$

§. 28. Zur Anwendbarkeit der in dieſem Kapitel angegebenen Formeln gehören noch folgende zwey Umſtände: 1) dürfen die Scheidwände nicht zu nahe an einander ſtehen, 2) darf die unterſte oder Bodenöfnung nicht weiter als $\frac{1}{4}$ Zoll ſeyn, wenn der Ausfluß in die freye Luft geſchieht, oder es muß dieſe Oefnung ſelbſt unter Waſſer ſtehen.

Viertes

Viertes Kapitel.
Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls.

§. 29. Die Erfahrung lehrt, daß der Querſchnitt des aus einem Gefäße durch eine kleine Oefnung ausſtrömenden Waſſerſtrahls kleiner als die Oefnung ſelbſt iſt.

§. 30. Dieſe Zuſammenziehung iſt eine Wirkung des Seitendruckes der unterſten rings um die Oefnung befindlichen Waſſerſchichten; und ſie wird daher deſto unbeträchtlicher, je weiter die Oefnung gegen die Weite des Gefäßes iſt. Bey einem Gefäße ohne Boden, ſo wie bey einer gleich weiten, etwas langen, Anſatzröhre findet gar keine Zuſammenziehung in der Mündung ſtatt.

§. 31. Man hat bey Oefnungen, welche gegen die Weite des Gefäßes ſehr klein ſind, bemerkt, daß der kleinſte Durchmeſſer des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls zum Durchmeſſer der Oefnung, wenn dieſe in einer dünnen Platte angebracht iſt, wie 0,816 : 1; wenn aber die Oefnung mit einer kurzen Anſatzröhre verſehen iſt, wie 9 : 10 ſich verhält.

§. 32. Wenn die Anzahl Kubickzolle, welche in einer Sekunde ausflieſſen, = Q, der Querſchnitt der Oefnung in □ Zollen = a, die (beſtändige) Höhe des Waſſerſtandes über der Oefnung in Zollen = h, und die Beſchleunigung der Schwere in Zollen = g iſt, ſo hat man allgemein, für Bodenöfnungen in einer dünnen Platte

$$h = \frac{Q^2}{1,532 \cdot a^2 \cdot g},$$

für Oefnungen mit einer kurzen Anſatzröhre

$$h = \frac{Q^2}{2,637 \cdot a^2 \cdot g},$$

wenn die Oefnung gegen die Weite des Gefäßes ſehr klein iſt.

§. 33. Wenn der Querſchnitt des Gefäßes = A, der Bodenöfnung = a iſt, ſo kann man allgemein den kleinſten Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls

$$\alpha = \frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$$

annehmen.

§. 34—35. Durch Subſtitution des zuſammengezogenen Querſchnittes α für a werden die bisher gefundenen Formeln für die Ausflußgeſchwindigkeiten und zugehörigen Druckhöhen, mit Rückſicht auf dieſe Zuſammenziehung, berichtigt.

§. 36. Tafel, in welcher der Zuſammenziehungskoeffizient $\frac{1}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$ für verſchiedene Werthe von $\frac{a}{A}$ von 1 bis $\frac{1}{10}$ berechnet iſt.

Fünftes Kapitel.

Widerſtand der Röhrenwände und ihrer Krümmungen.

§. 37. Der Widerſtand und die Verzögerung, welchen das Waſſer in langen Röhren leidet, rührt von der Adhäſion deſſelben an den Röhrenwänden, und dem unordentlichen Anſtoſſen der ſich immer kreuzenden Waſſerfäden her. Lezteres kann man in jedem offenen Gerinne, wie Fig. 16, deutlich ſehen.

§. 38. Herr dû Buat ein franzöſiſcher Hydrodynamiker hat durch zahlreiche im Groſſen angeſtellte Verſuche auf einem ganz eigenen Wege eine allgemeine Formel gefunden, mittelſt welcher die Gröſſe dieſes Widerſtandes für jeden gegebenen Fall genau berechnet werden kann.

§. 39. In ſeiner Grundformel

$$v = \frac{297\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - \text{lognat}\,(\sqrt{b} + 1{,}6)} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

iſt v die mittlere Geſchwindigkeit des am Ende der Röhre ausflieſſenden Waſſers, oder diejenige, welche mit dem ganzen Querſchnitt der Oefnung multiplizirt die wirkliche Ausflußmenge giebt;

r — der mittlere Halbmeſſer, oder der Quotient des Querſchnittes dividirt durch den vom Waſſer berührten Umkreiß; bey einer Röhre, deren Durchmeſſer d iſt, $= \frac{1}{4}$ d.

b — Das eingebildete Gefälle, oder derjenige Theil der drückenden Waſſerſäule, welcher ganz allein zur Ueberwindung dieſes Widerſtandes verwendet wird, auf die ganze Länge der Röhre L vertheilt.

alles in Zollen nach dem alten Pariſermaaße.

 §. 40.

§. 40. Für die meiſten Fälle in der Ausübung kann man ſich folgender Formel mit hinreichender Genauigkeit bedienen

$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1)}{\sqrt{\left(\frac{L + 53\,d}{H}\right)} - \text{lognat}\,\sqrt{\left(\frac{L + 53\,d}{H} + 1{,}6\right)}} - 0{,}3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1)$$

Hiebey iſt

d der Durchmeſſer der Röhre,

L die ganze Länge derſelben,

H die ganze Druckhöhe vom Waſſerſpiegel im Behälter bis zur Ausflußmündung.

alles in Zollen nach dem alten Pariſermaaße.

§. 41. Wenn die Röhrenſtrecke an einer oder mehreren Stellen, in vertikaler oder horizontaler Fläche, gekrümmt iſt, ſo entſteht für jede dieſer Krümmungen ein neuer Widerſtand, welcher ebenfalls durch die Verſuche des Herrn Buat beſtimmt worden iſt; und man hat

$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1)}{\sqrt{\left(\frac{L\,(L + 53\,d)}{H\,(L - 8{,}427 . S^2 . d)}\right)} - \text{logn.}\,\sqrt{\left(\frac{L\,(L + 53\,d)}{H\,(L - 8{,}427 . S^2 . d)} + 1{,}6\right)}} - 0{,}3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1).$$

wo S^2 die Summe von den Quadraten der Sinuſſe der verſchiedenen Anſtoßwinkel anzeigt, und alle übrigen Buchſtaben die §. 40. angenommene Bedeutung haben.

§. 42. In Fällen, wo es auf die größte Schärfe nicht ankömmt, dient die kürzere bequemere Formel

$$H = \frac{v^2}{478}\left(1 + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

mit Beybehaltung obiger Benennungen.

§. 43. Bey einem nicht unbedeutenden Verhältniſſe der Röhrenweite a zur Weite des Gefäßes oder Behälters A hat man genauer

H =

$$H = \frac{v^2}{478}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

oder, mit Rückſicht auf die beym Eintritt des Waſſers aus dem Boden des Behälters in die Röhre ſtatt findenden Zuſammenziehung (§. 33.) allgemein

$$H = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2\left(2 - \frac{a}{A}\right)} - \frac{a^3}{A^3\left(2 - \frac{a}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

§. 44. Allgemeine Formel für die mittlere Ausflußgeſchwindigkeit aus einer langen Röhre, wenn die Ausflußmündung enger als die Röhre ſelbſt iſt.

Sechſtes Kapitel.

Allgemeine Beſtimmung der Kraft, welche erfordert wird, Waſſer in Gefäßen und Röhren mit einer gegebenen Geſchwindigkeit aufwärts zu bewegen.

---

§. 45. Fig. 19. II Tafel. Wenn die dichte Scheibe mn in dem Zylinder bcde mit einer gegebenen Geſchwindigkeit c aufwärts gedrückt, und das Waſſer durch die Oefnung a mit der Geſchwindigkeit $v = C.\frac{A}{a}$ ausgeſprizt werden ſoll, ſo iſt hiezu, für den Beharrungsſtand, eine Kraft P erforderlich

$$= A\left[1 + \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{2A^2 - A.a}{a^2} - \frac{a}{\sqrt{(2A^2 - Aa)}} + \frac{1}{53\,D}\right)\right]$$

wobey A die Kreißfläche der Scheibe mn,

D den Durchmeſſer derſelben,

a den Querſchnitt der Oefnung a,

l die Höhe der Waſſerſäule bm

anzeigt.

§. 46. Fig. 20. Eben ſo groß iſt der Widerſtand, welchen der Druck der Atmoſphäre von oben auf die Scheibe mn ausübt, wenn dieſe mit derſelben Geſchwindigkeit c aufwärts gezogen, und das Waſſer durch die Bodenöfnung a aus einer unbegränzten Waſſermaſſe ss eingeſaugt werden ſoll.

§. 47. Fig. 21. Hier iſt der Widerſtand, welchen die mit der Geſchwindigkeit c aufwärts gedrückte Scheibe mn, im Beharrungsſtande, leidet, dem Gewicht einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{h}{53\,D} + \frac{A^2}{\alpha^2} + \frac{A^2}{W^2}\left(1 + \frac{l}{53\,\delta}\right) - \frac{A^2\,\alpha}{W^3} - \frac{\alpha}{A}\right)$$

iſt, wenn h die Höhe A m,

l die Höhe fc,

D den Durchmeſſer des Zylinders ABCD,

A deſſen Querſchnitt,

δ den Durchmeſſer des Rohres bcde,

W deſſen Querſchnitt,

α den (zuſammengezogenen) Querſchnitt der Oefnung a

anzeigt.

§. 48. Wenn a = W angenommen wird, ſo verwandelt ſich die lezte Formel in

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{h}{53\,D} + \frac{A^2}{W^2}\left(1 + \frac{l}{53\,\delta}\right) - \frac{W}{A}\right].$$

§. 49. Hier iſt die Widerſtandshöhe

Fig. 22.

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{h}{53\,D} + \frac{A^2}{\alpha^2} + \frac{A^2}{\varphi^2} + \frac{A^2}{W^2}\left(1 + \frac{l}{53\,\delta} - \frac{\alpha + \varphi}{W}\right) - \frac{\alpha}{A}\right]$$

wobey α den zuſammengezogenen Querſchnitt der Oefnung a,

φ den zuſammengezogenen Querſchnitt der Oefnung φ

anzeigt, alle übrigen Buchſtaben die im vorhergehenden §. angenommene Bedeutung haben.

§. 50. Die Richtigkeit der lezten Formel wird dadurch beſtätigt, daß ſie ſich, wenn man W = a = A, oder auch φ = A ſezt, immer wieder in die oben für dieſe Fälle gefundenen Formeln verwandelt.

§. 51.

§. 51. Für dieſen Fall iſt die Widerſtandshöhe
Fig. 23.

$$\eta = H + \frac{C^2}{4g}\left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{l}{53\,\delta} - \frac{a+\varphi}{\omega}\right) + \frac{W^2}{A^2}\left(1 + \frac{h}{53\,D} - \frac{a}{A}\right)\right].$$

Hiebey iſt

H die ganze Waſſerhöhe vom Kolben m n bis zum Rande r u,

C die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer aus r u fließt,

W der Querſchnitt des Zylinders r s t u,

ω der Querſchnitt des Rohres b c d e,

δ der Durchmeſſer deſſelben,

A der Querſchnitt des Zylinders A B C D,

D der Durchmeſſer deſſelben,

φ der zuſammengezogene Querſchnitt der obern,

a der zuſammengezogene Querſchnitt der untern Durchflußöfnung;

l die Länge oder Höhe des Rohres b c,

h die Höhe A m.

§. 52. Eben ſo groß iſt der Druck, welchen die Atmosphäre auf den mit der Geſchwin-
Fig. 24. digkeit c aufwärts gezogenen Kolben m n im Zylinder M N O R äuſſert, und es gilt für dieſen Fall ganz dieſelbe Formel, wenn

A die Weite des Behälters A B C D,

D deſſen Durchmeſſer,

W die Weite des Zylinders M N O R,

ω die Weite des Saugrohrs b c d e,

δ deſſen Durchmeſſer,

a deſſen untere,

φ deſſen obere (zuſammengezogene) Mündung,

H die ganze Waſſerhöhe vom Waſſerſpiegel s s bis an den Kolben m n,

l die Länge des Saugrohrs

anzeigt.

Sieben.

Siebentes Kapitel.

Geſetze der Beſchleunigung der in Gefäßen ſich bewegenden, und durch Oefnungen und Röhren ausflieſſenden Waſſermaſſen.

§. 53—54. Wenn das Waſſer durch die Bodenöfnung a eines prismatiſchen oder zylin-
I. Tafel. driſchen Gefäßes ABCD ausfließt, und die auslaufende Waſſermenge durch ei-
Fig. 5. nen beſtändig gleichen Zufluß von oben ſo erſezt wird, daß die Höhe des Waſ-
ſerſtandes eB immer unveränderlich = h bleibt, ſo iſt die Beſchleunigung der ſinkenden Waſſermaſſe eBCe, mit Beybehaltung der bisherigen Benennungen

$$f = g\left[1 - \frac{v^2}{4gh}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)\right].$$

§. 55. Die Bewegung dieſer Waſſermaſſe, folglich auch die Geſchwindigkeit des durch a ausſtrömenden Waſſers beſchleunigt ſich ohne Ende, und wird (im ſtrengſten mathematiſchen Sinne) eigentlich nie gleichförmig.

§. 56. Bey einem etwas beträchtlichen Verhältniſſe von A: a nähert ſich indeſſen dieſe Geſchwindigkeit derjenigen, welche dem Beharrungsſtande zugehört, ſo ungemein ſchnell, und beſchleunigt ſich hiernächſt ſo unmerklich, daß man ſolche, ohne allen merklichen Irrthum, gleich vom Anfange der Bewegung für gleichförmig und als im Stande der Beharrung annehmen kann.

§. 57—58. Eben daſſelbe gilt für den Ausfluß aus einem Gefäße ABCD mit einer zy-
Fig. 6. lindriſchen Anſatzröhre mnop, ſo fern die Länge derſelben nicht beträchtlich, und der Querſchnitt derſelben gegen die Weite des Gefäßes ſehr klein iſt.

§. 59. Ueberhaupt darf man als Grundſatz annehmen,

daß die Geſchwindigkeiten der in Gefäßen und Röhren (von mäſſiger Länge) ſich bewegenden Waſſermaſſen ſehr bald nach dem Anfange der Bewegung beynahe gleichförmig werden, und zwar deſto ſchneller, je gröſſer die Hinderniſſe ſind, welche ſich ihrer Bewegung entgegen ſetzen, und welche ſelbſt Funktionen dieſer Geſchwindigkeiten ſind.

§. 60. Wenn das anfänglich auf die Höhe AB mit Waſſer gefüllte zylindriſche oder
II. Tafel. prismatiſche Gefäß ABCD ſich durch die zylindriſche Anſatzröhre φ a ohne
Fig. 26. Zufluß ausleert, ſo iſt die Zeit, in welcher der Waſſerſpiegel von AD bis mn um die Tiefe $Am = x$ niederſinkt,

$$t = \frac{A . \sqrt{B}}{a . \sqrt{g}} \left[\sqrt{H} - \sqrt{(H - x)} \right] .$$

Hiebey iſt

A die Weite des Gefäßes,

a der Röhre und Ausflußöfnung,

H die ganze anfängliche Höhe vom Waſſerſpiegel AD bis zur Ausflußmündung a,

B der Koeffizient des Widerſtandes

$$= 1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{l}{53\delta} .$$

§. 61. Iſt umgekehrt die Zeit t gegeben, und man ſucht die Tiefe x, um welche der Waſſerſpiegel in dieſer Zeit niederſinkt, ſo hat man

$$x = \frac{2 a t \sqrt{g H)}}{A \sqrt{B}} - \frac{g t^2 a^2}{B . A^2} .$$

§. 62. Wenn das Gefäß ABCDEF beſtändig mit Waſſer angefüllt erhalten wird, ſo
Fig. 27. iſt die Zeit t, in welcher die Waſſerfläche mm in dem Rohre abcd bis nn um das Stück $nm = x$ ſteiget,

$$t = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}} \left[\sqrt{(k - h)} - \sqrt{(k - h - x)} \right],$$

$$\text{und } x = \frac{t}{B} \left[2 \sqrt{[g B (k - h)]} - g t \right] .$$

Dabey iſt

k die beſtändige drückende Waſſerhöhe EF,

h die anfängliche Waſſerhöhe mb in dem Rohr abcd,

B der Widerſtandskoeffizient.

Achtes

Achtes Kapitel.

Anwendung der bisher vorgetragenen Lehren auf die Theorie der Saugpumpen; Beſtimmung der zu ihrer Bewegung erforderlichen Kraft für den Beharrungsſtand.

§. 63. Allgemeine Klaſſifizierung aller Pumpen in Saugwerke, Hebwerke und Druckwerke. — vereinbarte Saug- und Hebwerke — vereinbarte Saug- und Druckwerke.

§. 64. Die von den H. H. Karſten und Langsdorf angegebenen Formeln über das progreſſive Steigen des Waſſers in Saugröhren beym Anfange des Kolbenſpiels ſind von keinem praktiſchen Nutzen, und gründen ſich auf eine Vorausſetzung, welche in der Natur niemals ſtatt findet.

§. 65. Unſchädlichkeit des ſogenannten ſchädlichen Raumes, welcher ſchicklicher unnützer oder unvermeidlicher Raum genennt würde.

§. 66. Wenn in dem Zylinder ABCD das Waſſer aus dem Gefäße MNOP den
Fig. 34. ſteigenden Kolben mm in jedem Augenblicke einholen ſoll, ſo iſt die geringſtmögliche Zeit, in welcher dieſer den Weg b zurücklegen darf

$$t = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}}\left[\sqrt{(k-h)} - \sqrt{(k-h-b)}\right].$$

Dabey iſt

k die Höhe einer Waſſerſäule, welche dem Druck der Atmosphäre das Gleichgewicht hält,

h die anfängliche Höhe ms des Kolben über der untern Waſſerfläche,

B der Koeffizient des Widerſtandes.

§. 67. Anwendung der lezten Formel auf eine gewöhnliche Saugpumpe.
Fig. 24.

§. 68. Zur vortheilhaften Einrichtung eines Saugwerks iſt es keineswegs genug, wenn das Waſſer den ſteigenden Kolben in jedem Augenblicke einholt, ſondern es wird vielmehr erfordert, daß die dem Waſſer in der Höhe des Kolbens zugehörige Geſchwindigkeit noch einen beträchtlichen Ueberſchuß über jene des Kolbens behalte; und es fließt hieraus die Regel:

Man

Man laſſe die Zeit, in welcher der Kolben von ſeiner tiefſten bis zur höchſten Stelle gehoben wird, in keinem Falle kleiner als

$$\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}}\left[\sqrt{(k-h)}-\sqrt{(k-h-b)}\right]$$

werden, ſondern ſuche vielmehr, wenn die Zeit des Kolbenhubes ſchon beſtimmt iſt, die Abmeſſungen der Pumpe ſo einzurichten, daß der Koeffizient B, ſo viel möglich kleiner als

$$\frac{g t^2}{\left[\sqrt{(k-h)}-\sqrt{(k-h-b)}\right]^2}$$

ausfalle.

§. 69. Bey einem ſogenannten niedern Satz (einer gewöhnlichen Saugpumpe) iſt
Fig. 35. die zum Hube des Kolben für den Beharrungsſtand erforderliche Kraft (wenn das Waſſer ſchon bis zur Ausgußſtelle geſtiegen iſt)

$$P = W H + W.\frac{c^2}{4g}\left[2 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{l}{53\,\delta} - \frac{\varphi + a}{\omega}\right)\right].$$

Dabey iſt

W die Weite des Kolbenrohrs,

H die ganze Höhe der Pumpe vom Sumpf bis zum Ausguß,

c die Geſchwindigkeit des Kolben,

ω die Weite des Saugrohrs,

δ deſſen Durchmeſſer,

l die Länge deſſelben,

φ die zuſammengezogene Weite der Ventilöfnung,

a die zuſammengezogene Weite der untern, oder Einſaugmündung.

§. 70. Unter denſelben Umſtänden iſt die für den Schub oder Niedergang des Kolben
Fig. 35. erforderliche Kraft, wenn der Kolben ein Klappenventil hat,

$$R = W.\frac{u^2}{4g}\left(2 + \frac{W^2}{\mu^2} - 2\,\frac{\mu}{W} - \frac{W}{\mu} - \frac{r}{W}\right) + r\,(h - x),$$

wenn der Kolben ein Muſchel- oder Kegelventil hat, oder bey der gewöhnlichen Scheibenliederung hingegen

$$R = W . \frac{u^2}{4g}\left(2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{r}{W}\right) + r\,(h - x).$$

Dabey iſt

u die Geſchwindigkeit des niedergehenden Kolben,

μ die (zuſammengezogene) Weite der in demſelben angebrachten Ventilöfnung,

r die Dicke der im Waſſer gehenden Kolbenſtange,

h die lothrechte Entfernung des Kolbens in ſeiner tiefſten Stelle vom Ausguß,

x der vom Kolben im Niedergehen zurückgelegte Weg.

Anmerkung. Auſſerordentliche Kraftverſchwendung bey den in Deutſchland noch häufig üblichen Scheibenkolben. Der Widerſtand, welchen das durch die engen Löcher dieſer Kolben, und zwiſchen den ledernen Scheiben und dem Kolbenrohr durchgepreßte Waſſer im Schube, beſonders bey einem etwas lebhaften Gange, verurſacht, übertrift unter gewiſſen Umſtänden die eigentliche beym Hube zu gewältigende Waſſerlaſt.

Neuntes Kapitel.

Nähere Beſtimmung der zur Bewegung der Kolben erforderlichen Kraft mit Rückſicht auf die Trägheit der bey jedem Hube von neuem in Bewegung zu ſetzenden ſchweren Maſſen.

---

§. 71. Wenn der Kolben einer ſchon ganz mit Waſſer angefüllten Saug- und Hebpumpe durch eine beſtändige Kraft P in Bewegung geſezt wird, ſo iſt die Beſchleunigung deſſelben bey ſeinem Aufzuge

$$f = \frac{B}{4v}\left(V^2 - c^2\right).$$

Dabey

Dabey iſt

B der von den Verhältniſſen der Pumpe abhangende beſtändige Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes (§. 60.)

v die Höhe einer Waſſerſäule auf der Grundfläche des Kolbens, deren Maſſe der Summe aller mit dem Kolben zugleich in Bewegung geſezten Maſſen gleich iſt.

V Die größte Geſchwindigkeit, welche der Kolben im Beharrungsſtande erreichen kann,

c die wirkliche (veränderliche) Geſchwindigkeit deſſelben.

§. 72. Die Zeit, in welcher der ſteigende Kolben eine gegebene Geſchwindigkeit c < V erreicht, iſt

$$\tau = \frac{v}{B.V} \cdot \text{lognat}\left[\frac{V + c}{V - c}\right],$$

alſo für $c = V$; $\tau = \infty$; das heißt:

die Bewegung des Kolben beſchleunigt ſich ohne Ende, und wird eigentlich niemals gleichförmig.

§. 73—74. Die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben nähert ſich indeſſen in den meiſten Fällen ſehr bald nach dem Anfange der Bewegung derjenigen, welche dem Beharrungsſtand zukäme; und die Bewegung wird deſto früher beynahe gleichförmig,

1) je geringer die Summe aller in Bewegung zu ſetzenden Maſſen iſt,

2) je mehr Hinderniſſe die ſteigende Waſſerſäule in ihrer Bewegung durch die Saugröhre, Ventilöfnungen u. d. gl. findet,

3) je gröſſer das Uebergewicht der Kraft über die hydroſtatiſche Laſt und die Reibung iſt.

§. 75. Bey einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe, deren Kolben durch eine gegebene beſtändige Kraft aufgezogen wird, iſt der in einer gegebenen Zeit t zurückgelegte Raum vom Anfange der Bewegung

$$s = 2\frac{v}{B} \cdot \text{lognat}\left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} + 1}{2E^{\frac{tBV}{2v}}}\right]$$

Dabey

Dabey iſt E die Grundzahl des natürlichen logarithmiſchen Syſtems, alle übrigen Buchſtaben in der Bedeutung des §. 71.

§. 76. Unter denſelben Bedingungen iſt die Zeit

$$t = \frac{v}{BV} \cdot \text{lognat} \left[\frac{E^{\frac{sB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{sB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}} \right]$$

§. 77. Eben ſo iſt die ganze erforderliche Kraft, den Kolben in der Zeit t auf die Höhe b zu heben, einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe

$$\eta = H + \rho + \frac{v^2}{4gt^2 \cdot B} \left[\text{lognat} \frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}} \right]^2.$$

Dabey iſt H die ganze Höhe der Pumpe vom Waſſerſpiegel im Sumpfe bis zum Ausguß; ρ die Höhe einer Waſſerſäule, deren Druck auf der Fläche des Kolbens dem Widerſtande ſeiner Reibung gleich iſt; alle übrigen Buchſtaben in der vorigen Bedeutung.

§. 78. Anwendung der lezten Formel auf ein Beyſpiel.

§. 79. Durch Annäherung wird für das zur Bewegung des ſteigenden Kolben erforderliche Uebergewicht ein kürzerer und bequemerer Ausdruck gefunden:

$$\eta = H + \rho + \frac{B}{4gt^2}\left(b + 1{,}3762 \cdot \frac{v}{B}\right)^2$$

§. 80. Eben dieſelbe Formel wird aus der Gleichung für s (§. 75.) hergeleitet.

§. 81. Die bewegende Kraft hat beym Hube des Kolben einen dreyfachen Widerſtand zu überwinden:

die hydroſtatiſche Laſt W.H,

den hydrauliſchen Widerſtand $W.B.\frac{b^2}{4gt^2}$,

den mechaniſchen Widerſtand

$$W.\frac{v}{4gt^2}\left(2{,}77 \cdot b + 1{,}92 \cdot \frac{v}{B}\right).$$

§. 82.

§. 82. Die Beſchleunigung des von einer gegebenen, beſtändigen, Kraft p niedergedrückten Kolben iſt

$$f = \frac{K}{4m}\left(U^2 - u^2\right).$$

Dabey iſt K der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes §. 70.

U die größte Geſchwindigkeit, welche die Kraft p dem niedergehenden Kolben, im Beharrungsſtande, mitzutheilen vermag,

u die wirkliche Geſchwindigkeit deſſelben,

m die Höhe einer Waſſerſäule, welche auf der Grundfläche des Kolbens ihn eben ſo wie die verſchiedenen mit ihm bewegten Maſſen beſchleunigen würde.

§. 83. Wenn der Kolben von der Kraft p in der Zeit t die ganze Länge des Schubes b niedergedrückt werden ſoll, ſo muß

$$\frac{p}{W} = \frac{m^2}{4g\,t^2.K}\left[\text{lognat}\,\frac{E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}{E^{\frac{Kb}{2m}} - \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}\right]^2,$$

oder, nach einem kürzern beynahe gleichgeltenden Ausdrucke,

$$\frac{p}{W} = \frac{K}{4g\,t^2}\left(b + 1{,}386.\frac{m}{K}\right)^2$$

ſeyn.

§. 84. Für die ganze zur Bewegung des Kolbens bey ſeinem Aufzuge erforderliche Kraft hat man auch

$$\eta = H + \rho + \frac{v^2}{g\,t^2.B}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Bb}{v}} - 1\right)}\right]\right]^2,$$

ſo wie für den niedergehenden Kolben

$$\frac{p}{W} = y = \frac{m^2}{g\,t^2.K}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}\right]\right]^2,$$

welches

welches mit den beyden §. 77. und §. 83. angegebenen Formeln ganz gleichgeltende Ausdrücke ſind.

§. 85. Wegen der Zuſammenziehung, die das Waſſer im Durchſtrömen durch die Oefnungen der Saugröhre und Ventile leidet, und dem begränzten Hube der Klappen darf man bey Beſtimmung der Koeffizienten B und K die eigentlichen Querſchnitte des durchſtrömenden Waſſers überhaupt nie gröſſer als $0{,}4 . \varphi$ oder $0{,}4 . \mu$ annehmen.

Zehntes Kapitel.

Vollſtändige Berechnung eines doppelten Saugwerks.

§. 86. Vortheile der gleichförmigen Vertheilung der Laſt, und Balanzierung der Maſchinentheile mittelſt doppelter Pumpen, deren Kolben in entgegengeſezter Richtung bewegt werden. — Vorzüge der Einrichtung mit vorgelegtem Zeuge.
Fig. 36.

§. 87. Formel zur genauen Beſtimmung der Kraft, welche an dem Punkte D des Kunſtkreutzes ABD angebracht werden muß, um in einer gegebenen Zeit den einen Kolben zu heben, und den andern nieder zu drücken.
Fig. 36.

§. 88. Wo es auf die gröſte Schärfe nicht ankömmt, dient die kürzere Formel

$$P = \frac{i}{e} . W \left[H + \frac{B\left(b + 1{,}39 . \frac{v}{B}\right)^2 + K\left(b + 1{,}39 . \frac{m}{K}\right)^2}{4g . t^2} + 2\rho \right]$$

Dabey iſt

i der Abſtand der Kolbenſtangen von der Achſe des Kunſtkreutzes,

e — Abſtand der Korbſtange aa;

alle übrigen Buchſtaben in den bisher angenommenen Bedeutungen.

§. 89. Beſtimmung der Gröſſen v und m in der lezten Formel. — Bey Berechnung des von der Trägheit herrührenden Widerſtandes hat man nicht nur die über dem Kolben befindliche und von ſelbem gehobene, ſondern auch die unter demſelben und im Saugrohr enthaltene durch den Kolben aufwärts gezogene Waſſerſäule in Rechnung zu bringen. Auch in dieſer Rückſicht ſind weite Saugröhren zu empfehlen.

§. 90.

§. 90. Die Reibung eines nach engliſcher Art über den Sturz geliederten Kolben in einem auf einer guten Bohrmaſchine genau ausgebohrten Zylinder kann dem Druck einer Waſſerſäule von der Höhe

$$\rho = 0{,}3 \cdot \frac{H}{D}$$

gleich geſchäzt werden, wobey ρ und H in Fuſſen, und der Durchmeſſer des Kolbenrohrs D in Zollen ausgedrückt iſt.

§. 91. Hiebey wird aber vorausgeſezt, daß die Kolbenſtange nicht ſchief, ſondern genau in der Richtung der Achſe des Kolbenrohrs bewegt werde, und lezters ſelbſt ganz ſaiger ſtehe.

§. 92. Die Summe der vom Kolben während ſeinem Steigen ausgehobenen, und der von demſelben bey ſeinem Niedergange ausgedrückten Waſſermengen iſt allemal (bey vollkommner Dichte) dem Produkte aus der ganzen Kolbenfläche in die Länge des Hubes gleich.

§. 93. Anwendung der vorhergehenden Formeln auf die Berechnung eines doppelten Saugwerkes von gewöhnlichen Abmeſſungen, woraus die ungeheure Kraftverſchwendung erhellet, die bey groſſen nach alter Art gebauten Waſſerkünſten ſtatt findet.

Anmerkung. Der gröſste Nachtheil langer und enger Saugröhren beſteht in der Nothwendigkeit, Pumpen dieſer Art äuſſerſt langſam gehen zu laſſen, und der Unmöglichkeit mit ſolchen zu gewältigen. — Sonderbare Theorie der Saugwerke von Herrn Profeſſor Lempe.

Eilftes Kapitel.

Theoretiſche und praktiſche Grundſätze zur möglich vortheilhafteſten Anordnung eines Saugwerks.

§. 94—95. Wenn die von einer Pumpe in jeder Minute gehobene Waſſermenge M, die Weite des Kolbenrohrs W, die Länge des Hubes b, und die Anzahl Hübe, welche in einer Minute geſchehen, n iſt, ſo hat man (wenn Kolben und Ventile kein Waſſer fallen laſſen)

$$M = n . Wb.$$

§. 96.

§. 96. Eine für die Ausübung ſehr wichtige Frage:

Sind enge Kolbenröhren mit einem langen Hube oder weite Kolbenröhren mit einem kürzeren Hube vorzuziehen?

§. 97. Es iſt in Rückſicht auf den hydroſtatiſchen Widerſtand vollkommen gleichgiltig, ob das Kolbenrohr weit und der Hub kurz, oder ob dieſer lang und jenes enger ſey, wenn der kubiſche Inhalt des Hubes in beyden Fällen gleich groß iſt.

§. 98. Eben daſſelbe gilt, unter gleicher Vorausſetzung, von dem hydrauliſchen Widerſtande.

§. 99. Das Moment des mechaniſchen Widerſtandes iſt bey einem engen Kolbenrohr mit langem Hube verhältnißmäßig gröſſer, als bey einem weitern Kolbenrohr mit kürzerm Hube, wenn in beyden Fällen die Saugröhren und Ventilöfnungen gleich weit ſind.

§. 100. Aus verſchiedenen praktiſchen Gründen iſt indeſſen, (bey feſtgeſezter Anzahl der Kolbenhübe) ein mäſſig langer Hub mit einem engen Kolbenrohr einem weiten Stiefel mit einem kurzen Hube vorzuziehen. Allgemein kann man ſich an folgende Regel halten:

Die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben ſey nie kleiner als $\frac{3}{4}$ Fuß, und nie gröſſer als $2\frac{1}{2}$ Fuß.

§. 101. Dieß giebt die Anzahl der Hübe in einer Minute, für die geringſte Geſchwindigkeit des Kolben,

$$n = \frac{22{,}5}{b},$$

für die gröſte Geſchwindigkeit deſſelben

$$n = \frac{75}{b}.$$

§. 102. Eine der wichtigſten praktiſchen Regeln:

Man gebe den Kolben einen ſo langen Hub, als es ſich in der Ausübung nur immer thun läßt, und ſuche, wo möglich, eine ſolche Einrichtung zu treffen, daß dagegen die Anzahl der Kolbenhübe in einer Minute vermindert werde.

§. 103.

§. 103. Die Anzahl der neben einander geſtellten (in derſelben Höhe ausgieſſenden) Sätze ſey, bey Radbewegungen, nie kleiner als 2, und nie gröſſer als 4.

§§. 104 — 105. Wenn die Weite des Kolbenrohrs, der Saugröhre und der Ventilöfnung nebſt der Länge und Zeit des Hubes gegeben ſind, ſo darf die Länge des Saugrohrs nicht gröſſer als

$$l = k - s - \frac{B}{gt^2}\left(b + \frac{gt^2}{4B}\right)^2$$

ſeyn. Dabey iſt s die Entfernung des Kolbens in ſeinem tiefſten Stande vom Thürel; alle übrigen Buchſtaben in den bisher angenommenen Bedeutungen.

§. 106. Eben ſo iſt, wenn die Länge des Saugrohrs nebſt allen übrigen Gröſſen beſtimmt iſt, der gröſtthunliche Werth des Widerſtandskoeffizienten

$$B = \frac{gt^2}{2b^2}\left[k - s - l - \tfrac{1}{2}b + \sqrt{\left((k - s - l - \tfrac{1}{2}b)^2 - \tfrac{1}{4}b^2\right)}\right]$$

§. 107. Bey einer zweckmäſſigen Anordnung aller Theile einer Saugpumpe iſt der geringſtmögliche Werth dieſes Widerſtandskoeffizienten

$$B = 2 + 12{,}6 \,.\, \frac{W^2}{\omega^2},$$

ſo wie das geringſtſchickliche Verhältniß der Weite des Saugrohrs zur Weite des Stiefels

$$\frac{\omega}{W} = \frac{5{,}019 \,.\, b}{\sqrt{\left(gt^2\left[q - \tfrac{1}{2}b + \sqrt{(q^2 - qb)}\right] - 4b^2\right)}}.$$

Dabey iſt $q = k - (l + s)$; die übrigen Benennungen wie oben.

§. 108. Man hat daher, bey gehöriger Anordnung, allgemein das zum Hube des Kolben erforderliche Uebergewicht

$$W.z = W.\frac{\left(2 + 12{,}6 \,.\, \frac{W^2}{\omega^2}\right)}{4gt^2}\left(b + 1{,}39 \,.\, \frac{v}{2 + 12{,}6 \,.\, \frac{W^2}{\omega^2}}\right)^2,$$

 und

und, nach §. 104, die gröſsthunliche Höhe des Saugrohrs

$$1 = k - s - \frac{2 + 12{,}6 \cdot \frac{W^2}{\omega^2}}{g t^2} \left(b + \frac{g t^2}{8 + 50{,}4 \cdot \frac{W^2}{\omega^2}} \right)^2.$$

§. 109. Die in den bisherigen Rechnungen vorkommende Gröſse k iſt an jedem Orte aus dem niedrigſten Queckſilberſtande im Barometer, und der ſpezifiſchen Schwere des zu hebenden Waſſers zu beſtimmen. So iſt z. B. auf Salzwerken für ζ löthige Soole

$$k = \frac{1{,}1325 \cdot \psi}{1 + 0{,}00728 \cdot \zeta} \text{ Fuß,}$$

wenn ψ den niedrigſten Barometerſtand in Zollen ausdrückt.

§. 110. Die §. 105, und §. 107. angezeigten Beſtimmungen für l und $\frac{W}{\omega}$ geben keineswegs die vortheilhafteſten, ſondern eigentlich nur die gröſstſchicklichen Werthe dieſer Gröſſen an, und es ſteht in der Ausübung frey, l kleiner und das Verhältniß ω : W gröſſer zu nehmen.

§. 111. Wenn das zur Bewegung des Kolben erforderliche Uebergewicht ein Kleinſtes ſeyn ſoll, ſo muß der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes

$$B = 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}$$

ſeyn. Hieraus ergiebt ſich (bey gehöriger Anordnung der Schlundöfnung und des Ventiles) die vortheilhafteſte Weite des Saugrohrs

$$\omega = \frac{W}{0{,}055 \cdot \frac{\lambda}{b} + \sqrt{\left(0{,}1103 \cdot \frac{h + \theta}{b} + 0{,}003 \cdot \frac{\lambda^2}{b^2} - 0{,}158\right)}}.$$

Dabey iſt

λ die Länge des Saugrohrs,

h die Höhe des Stiefels vom Ventile bis zum Ausguß,

θ die Höhe einer Waſſerſäule auf der Grundfläche des Stiefels W, deren Maſſe den Kolben eben ſo, wie die verſchiedenen mit ihm bewegten feſten Maſſen, beſchleunigen würde.

§. 112. Bey jeder Saugpumpe iſt allgemein das geringſterforderliche Uebergewicht für den Kolbenhub, bey der vortheilhafteſten Einrichtung, dem Gewicht einer Waſſerſäule auf der Kolbenfläche gleich, deren Höhe

$$z = 1,39 \cdot \frac{v \cdot b}{g \cdot t^2}$$

iſt.

§. 113. Das Moment des zum Hube des Kolben erforderlichen Uebergewichtes iſt

$$pc = 1,39 \cdot Q \cdot \frac{v \cdot c^2}{g \cdot b},$$

wenn Q die in einer Sekunde von der Pumpe ausgegoſſene Waſſermenge, und c die mittlere Geſchwindigkeit des Kolbens anzeigt. Dieſes Moment iſt daher, für dieſelbe Waſſermenge, deſto kleiner, je länger der Hub, und je langſamer die Bewegung des Kolbens iſt.

§. 114. Die vortheilhafteſte Weite der im Kolben anzubringenden Ventilöfnung, oder dasjenige Verhältniß dieſer Oefnung zur Weite des Stiefels, wobey der Widerſtand beym Niedergehen des Kolben am kleinſten wird, iſt

$$u = \frac{W}{0,15 + 0,3 \sqrt{\left(1,39 \cdot \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75\right)}}.$$

Dabey iſt

m die Höhe einer Waſſerſäule auf der Grundfläche des Kolben W, deren Beſchleunigungsmoment jenen der übrigen mit dem Kolben zugleich in Bewegung geſezten ſchweren Maſſen gleich wäre.

r Der Querſchnitt der Kolbenſtange;

§. 115. Auch beym Schube des Kolbens, wie beym Hub, wird, bey einerley Waſſermenge, ein deſto kleineres Kraftmoment erfordert, je länger der Schub iſt.

§. 116. Bey einem doppelten Saugwerk iſt das ganze zur Bewegung erforderliche Kraftmoment, bey der möglich vortheilhafteſten Anordnung,

$$\Pi = \frac{M}{60}\left[H + \frac{c^2}{g}\left(0,0078\left[45 + \frac{m}{b}\right]^2 + 1,39 \cdot \frac{v}{b}\right)\right].$$

Dabey iſt H die ſaigere Waſſerhöhe vom Sumpf bis zum Ausguß einer Pumpe.

c Die mittlere Geſchwindigkeit der Kolben,

M die in einer Minute ausgeſchüttete Waſſermenge in Kubickfuſſen.

Die übrigen Buchſtaben in den obigen Bedeutungen.

§. 117. Bey mehreren übereinander geſtellten Satzreihen, deren Anzahl $\mathfrak{N}$ iſt, hat man

$$\Pi = \frac{M}{60}\left[\mathfrak{H} + \mathfrak{N}\left(1 + \frac{c^2}{g}\left[0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right]\right)\right]$$

wenn $\mathfrak{H}$ die ganze ſaigere Höhe vom Sumpf bis zum Ausguß des oberſten Satzes anzeigt.

§. 118. Beſtimmung der Gröſſen m und v bey einer vorläufigen Berechnung einer zu machenden Anlage.

§. 119. Anwendung obiger Formeln auf ein gegebenes Beyſpiel, zwölflöthige Soole mittelſt einer Pferdemaſchine zu heben.

Zwölftes Kapitel.

Theorie der vereinbarten Saug- und Hebwerke; Grundſätze zu ihrer vortheilhafteſten Anordnung; Vorzüge derſelben vor den niedern Sätzen.

§. 120. Der Widerſtand, welchen die über dem Kolben im Aufſatzrohr befindliche, mit demſelben zugleich gehobene Waſſerſäule verurſacht, iſt, im Stande der Beharrung, dem Gewicht einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe $x + h + B' \frac{c^2}{4g}$, und deren Grundfläche W — r iſt.

Dabey iſt x die Entfernung des Kolben vom Aufſatzrohr;

h die Höhe der Aufſatzröhre,

c die Geſchwindigkeit des Kolben,

W deſſen Oberfläche,

r der Querſchnitt der Kolbenſtange,

B' der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes, welcher nach §. 47. beſtimmt wird.

§. 121.

§. 121. Eben ſo iſt der Widerſtand, welchen das unter dem Kolben befindliche Waſſer verurſacht, im Beharrungsſtande,

$$W\left(l + \beta - x + B \cdot \frac{c^2}{4g}\right)$$

wo l die ſaigere Länge des Saugrohrs, β die Höhe des Kolbenrohrs, und B den oben für die Saugwerke beſtimmten Koeffizienten des hydrauliſchen Widerſtandes §. 69. anzeigt. Man hat daher, wenn die ganze Höhe des Satzes vom Sumpfe bis zum Ausguß H heißt, die zur Bewegung des Kolben erforderliche Kraft, für den Beharrungsſtand, allgemein

$$P = W\left[H + \frac{c^2}{4g}\left(B + B'\right)\right].$$

§. 122. Mit Rückſicht auf das wegen der Trägheit der in Bewegung geſezten Maſſen erforderlichen Uebergewichtes findet man bey einem hohen Satze

$$P = W\left[H + \frac{B + B'}{4gt^2}\left(b + 1{,}39 \cdot \frac{v}{B + B'}\right)^2 + \rho\right]$$

oder genauer

$$P = W\left[H + \frac{v^2}{gt^2(B + B')}\left(\text{logn.}\left[E^{\frac{b}{2v}(B+B')} + \sqrt{\left(E^{\frac{b}{v}(B+B')} - 1\right)}\right]\right)^2 + \rho\right].$$

wobey die Buchſtaben t, b, v und ρ die im vorhergehenden Kapitel angenommene Bedeutung haben.

§. 123. Beſondere Beſtimmung der Gröſſe v bey einem hohen Satze.

§. 124. Für die vortheilhafteſte Anordnung eines vereinbarten Saug- und Hebwerks, wobey nämlich das zur Bewegung des Kolben erforderliche Uebergewicht ein Kleinſtes wird, muß

$$B + B' = 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}$$

ſeyn.

§. 125. Für den Niedergang oder Schub des Kolben finden hier alle jene Sätze und Formeln §§. 70, 82, 83, 114 und 115 Statt, welche wir für die niedern Sätze angegeben haben.

§. 126.

§. 126. Auch gelten alle dortigen Formeln für die Berechnung eines doppelten Saug- und Hebwerks, mit der einzigen Veränderung, daß allenthalben B + B' ſtatt B geſezt wird.

§. 127. Die ganze ſaigere Höhe eines hohen Kunſtſatzes beträgt von 8 bis 18 Lachter, wovon die Höhe des Saugrohrs gemeiniglich nur 3 bis 4 Lachter iſt.

§. 128. Beweis, daß die hohen Kunſtſätze, bey gleicher Anordnung, einen weit geringern Kraftaufwand erfordern, als die gewöhnlichen Saugwerke, wenn durch beyde dieſelbe Wirkung herfürgebracht wird.

§. 129. Gegengründe, warum, dieſer auffallenden Vorzüge ungeachtet, die hohen Sätze in Deutſchland dennoch abgeſchaft, und die niedrigen beynahe auf allen Salinen und Bergwerken eingeführt worden ſind.

§. 130. Bey einer zweckmäßigen Anordnung können alle gegen die hohen Sätze vorgebrachten Einwürfe vermieden, und mit der mechaniſchen Vollkommenheit derſelben auch alle praktiſchen Vortheile und Bequemlichkeiten der gewöhnlichen Saugwerke vereinbart werden.

Dreyzehntes Kapitel.

Beſchreibung der in England üblichen hohen Kunſtſätze.

§. 131. An den engliſchen Pumpen ſind alle Theile von Gußeiſen, auch ſind dort die niedern Sätze gänzlich abgeſchaft, und durchaus nur hohe Sätze von 60 zu 120 Fuß ſaiger eingeführt.

§. 132. Die Saugröhren ſind nur 12 bis 13 Fuß lang, und von gleicher oder nur wenig geringerer Weite mit dem Kolbenrohr.

§. 133. Das Ventil kann ſehr bequem durch eine ſeitwärts angebrachte, mit einer eiſernen Platte verſchloſſene, Oefnung (the Clackdoor) heraus geholt und wieder hinein geſezt werden.

§. 134. In dem mit der größten Genauigkeit ausgebohrten Kolbenrohr ſpielt der Kolben mit einem Hube von 9 bis 12 Fuß Länge.

§. 135. Beym Liedern darf man den Kolben nicht durch die Aufſatzröhren herausziehen, ſondern kann ſolchen durch eine gleich über dem Stiefel angebrachte Oefnung (the Bucketdoor) ſeitwärts heraus nehmen. Die Aufſatzröhren ſind durchaus weiter als der Stiefel.

§. 136. Dieſe Pumpen äuſſern ihre Wirkung mehr durch Heben als durch Anſaugen. Vortheile dieſer Einrichtung.

§. 137. Nähere Beſchreibung des Kolbenſtockes, und des darauf befeſtigten doppelten Klappenventiles.

§. 138. Verbindung des Kolbens mit ſeiner Stange.

§. 139 — 140. Die Liederung beſteht aus einer um den Kolbenſtock gelegten oben auswärts ſich beugenden Kappe von ſtarkem Rindleder. Die Reibung iſt hierbey, ſelbſt wenn die drückende Waſſerſäule ſehr hoch iſt, ganz unbeträchtlich.

§. 141. Verbindung der kurzen Kolbenſtange mit der Zugſtange.

§. 142. Die Einrichtung und Form des Ventiles iſt nur wenig von jener des Kolben verſchieden.

§. 143. Bey einigen Waſſerkünſten bedient man ſich in England mit Vortheil auch ganz metallner nach der Weite der Stiefel genau abgedrehter zylindriſcher Kolben ohne allem Leder, und eben ſolcher (eingeriebener) Ventile.

§. 144. Anordnung einer engliſchen Saugpumpe bey einer geringen Höhe.

§. 145. Beſonders vortheilhafte Einrichtung der Kolben und Ventile bey ſehr groſſen Pumpen von 20 bis 36 Zollen im Durchmeſſer.

§. 146. Die Thüren, durch welche man zu den Ventilen und Kolben gelangt, können, ſtatt einer eiſernen Platte, auch mit einem hölzernen Klotze verſchloſſen werden.

§. 147. Beſchreibung einer von den gewöhnlichen hohen Sätzen etwas verſchiedenen Hebpumpe (Liftingpump oder Jackpump genannt) wobey die bewegende Kraft unter der Ausgußſtelle, unmittelbar über dem Kolbenrohr, wie bey einem Druckwerk, angebracht werden kann.

§. 148. Zweckmäſſige und ſichere Liederung der durch den Deckel dieſer Pumpe ſich bewegenden abgedrehten Kolbenſtange.

§. 149. Verbindung dieſer Kolbenſtange mit den übrigen Theilen der Maſchine.

§. 150. Vorzüge der leztbeſchriebenen Pumpe vor den Druckwerken und den gewöhnlichen Saug- und Hebepumpen.

Vierzehntes Kapitel.

Beſchreibung einer an die Stelle eines hohen Kunſtſatzes mit Vortheil anwendbaren Saug- und Druckpumpe.

§. 151 — 154. Dieſe Pumpe unterſcheidet ſich von den gewöhnlichen vorzüglich darinn, daß ihr Kolben kein Ventil hat, und in dem umgekehrt geſtellten Stiefel von unten aufwärts geſchoben wird; daß das Waſſer durch die Saugröhre beym Niedergehen des Kolben eingezogen, und beym Steigen deſſelben durch das Aufſatz- oder Steigrohr ausgedrückt wird.

§. 155. Beſtimmung der Länge des Saugrohrs an einer ſolchen Pumpe.

§. 156. Beſondere Vorzüge dieſer Pumpe vor den gewöhnlichen hohen Kunſtſätzen, indem ſolche die weſentlichſten Vortheile und praktiſchen Bequemlichkeiten der gewöhnlichen Saugwerke mit jenen der hohen Sätze und der Druckwerke verbindet.

Funfzehntes Kapitel.

Vorſchlag zur Verbeſſerung der gewöhnlichen hohen Kunſtſätze. — Koſtenberechnung der zu einer Pumpe erforderlichen Gußwaare.

§. 157 — 159. Bey der hier empfohlenen Einrichtung kann man zu den Aufſätzen hölzerne Röhren, deren Durchmeſſer kleiner als jener des Stiefels iſt, gebrauchen, und die Liederung oder Auswechſelung der Kolben und Ventile mit der größten Schnelligkeit und Bequemlichkeit verrichten, ohne daß ein Theil der Pumpe von dem andern (wie bey den gewöhnlichen hohen Sätzen) los gemacht werden darf.

§. 160. Allgemeine Formel zur vorläufigen Beſtimmung des Gewichtes eines von Eiſen oder Metall zu gieſſenden zylindriſchen Rohres von gegebenen Abmeſſungen.

Seite 206. Tafel aus der gegebenen Quadratfläche A einer Röhre ihren Durchmeſſer D zu finden.

Seite 207. Tafel aus dem gegebenen Durchmeſſer D den Querſchnitt A einer Röhre zu finden.

Erſtes Kapitel.

Allgemeine Betrachtungen über die Bewegung des Waſſers in prismatiſchen oder zylindriſchen Gefäßen.

§. 1.

In einem lothrecht ſtehenden zylindriſchen oder prismatiſchen Gefäße ABCD (Fig. 1.) denke man ſich eine horizontale Scheibe oder Platte mn ohne Maſſe, welche an die Seiten des Gefäßes allenthalben vollkommen genau anſchließt, und ohne Reibung in demſelben auf und nieder bewegt werden kann. Dieſe Scheibe ſey nun an irgend einer Stelle unterſtüzt, und über derſelben werde Waſſer in das Gefäß eingegoſſen bis zu einer gewiſſen Höhe kl; ſo drückt offenbar die Maſſe kmnl mit ihrem ganzen Gewicht auf die Scheibe. Nennt man die Oberfläche der lezten A, die Höhe der Waſſerſäule km oder ln = h, ſo iſt der Druck, den die Scheibe im Stand der Ruhe leidet, = Ah, und wenn nunmehr die Stütze von unten weggenommen, und die Scheibe durch eine an ihrem Schwerpunkt angebrachte vertikal aufwärts ziehende Kraft P unbeweglich, d. i. mit der ſchweren Waſſermaſſe im Gleichgewicht erhalten werden ſoll, ſo muß P = Ah ſeyn.

§. 2.

Wenn man die Geſchwindigkeit, die ein frey fallender Körper in der erſten Sekunde erhält, oder die Beſchleunigung der Schwere g nennt, ſo iſt die Geſchwindigkeit, welche durch den Fall von der Höhe h erhalten wird, oder die der Höhe h zugehörige Geſchwindigkeit, nach den Geſetzen der Mechanik, $2\sqrt{gh}$; heißt dieſe Geſchwindigkeit v, ſo hat man

$$h = \frac{v^2}{4g},$$

folglich

$$P = A.\frac{v^2}{4g}$$

und

$$v = 2\sqrt{\left(g.\frac{P}{A}\right)}.$$

 Solcher-

Solchergeſtalt kann der Druck der ſchweren Waſſermaſſe kmnl auf die unbewegte Scheibe A als die Wirkung derjenigen Geſchwindigkeit betrachtet werden, mit welcher die Waſſertheilchen unaufhörlich gegen jeden Punkt ihrer Oberfläche anſtoſſen, und ſolche niederwärts zu bewegen ſtreben; und auf dieſe Art läßt ſich der bloſſe hydroſtatiſche Druck durch das hydrauliſche Moment der Bewegung ausdrücken, welche erfolgen müßte, wenn der Stoß der mit der Geſchwindigkeit v beſtändig anprellenden Waſſertheilchen nicht in jedem Augenblicke durch die gleich ſtarke Reaktion der unbeweglichen Platte, oder die Kraft P getilgt würde. In der That müßte auch dieſe Scheibe, wenn plötzlich die Kraft P zu wirken aufhörte, und kein Widerſtand der Trägheit ſtatt fände, in dem erſten Augenblicke ſich mit eben dieſer Geſchwindigkeit v niederwärts bewegen.

§. 3.

So lange nun die Kraft $P = Ah$ bleibt, ſo ſind Druck und Gegendruck einander gleich, folglich kann keine Bewegung ſtatt finden. Man ſetze aber dieſe Kraft $= p < Ah$, ſo erhält die ſchwere Maſſe kmnl das Uebergewicht, und es erfolgt eine Bewegung niederwärts, die dem Unterſchied dieſer beyden Kräfte gemäß iſt. Die Waſſermaſſe Ah wirkt nun auf die von ihr niedergedrückte Scheibe eben ſo, als ob ihr ganzes Gewicht jenem Unterſchiede gleich wäre, und die Geſchwindigkeit der nun wirklich erfolgenden Bewegung muß daher (im Stande der Beharrung) derjenigen gleich ſeyn, mit der die Scheibe niedergehen würde, wenn der ganze Druck auf dieſelbe $= Ah - p$ wäre, und gar keine Kraft entgegen wirkte. Um demnach dieſe Geſchwindigkeit, welche wir c nennen wollen, zu beſtimmen, darf man nur in der obigen Gleichung für v (§. 2.) $Ah - p$ ſtatt P ſetzen, ſo erhält man

$$c = 2\sqrt{\left(g\left(h - \frac{p}{A}\right)\right)}$$

daher iſt

$$\frac{c^2}{4g} = h - \frac{p}{A}$$

und

$$p = A\left(h - \frac{c^2}{4g}\right)$$

Weil nun p der wirkliche Druck iſt, welchen die Waſſermaſſe Ah auf die mit der Geſchwindigkeit c niedergehende Scheibe, im Beharrungsſtande, ausübt; ſo erhellet:

daß

daß der Druck auf die niedergehende Scheibe (obgleich das abſolute Gewicht der Waſſermaſſe Ah daſſelbe bleibt) geringer als auf die unbewegliche ſey, — und zwar deſto kleiner, je geſchwinder die Bewegung iſt.

§. 4.

Weil $\frac{v^2}{4g} = h$ ſo iſt auch

$$p = A\left(\frac{v^2}{4g} - \frac{c^2}{4g}\right) = A\left(\frac{v^2 - c^2}{4g}\right).$$

Für den Fall alſo, daß $c = v$ wäre, d. i. wenn die Scheibe mit der ganzen der Waſſerhöhe h zugehörigen Geſchwindigkeit niederſänke, würde $p = 0$, das heißt: die Scheibe würde von der ihr mit gleicher Geſchwindigkeit folgenden Waſſermaſſe gar nicht gedrückt werden, welches auch ſchon für ſich ſehr begreiflich iſt.

§. 5.

Nimmt man hingegen die an der Scheibe mn angebrachte Kraft $= \Pi > Ah$ an, ſo muß eine Bewegung aufwärts erfolgen, welche die Wirkung des Uebergewichtes der Kraft Π über das abſolute Gewicht der Waſſermaſſe Ah iſt. Dieſe Wirkung wird nun eben dieſelbe ſeyn, als ob die Scheibe A von einer Waſſermaſſe, deren Gewicht $= \Pi - Ah$ iſt, in entgegengeſezter Richtung ohne allen Widerſtand niedergedrückt würde. Nennt man daher die Geſchwindigkeit der ſteigenden Scheibe wieder c, und ſezt allen Widerſtand der Trägheit beyſeite, ſo hat man jezt

$$c = 2\sqrt{\left(g\left(\frac{\Pi}{A} - h\right)\right)}.$$

Folglich $$\frac{c^2}{4g} = \frac{\Pi}{A} - h,$$

und $$\Pi = A\left(h + \frac{c^2}{4g}\right).$$

Der Druck, den die mit der Geſchwindigkeit c aufwärts bewegte Scheibe von der zugleich mit ihr gehobenen Waſſermaſſe Ah leidet, iſt daher gröſſer, als auf die unbewegte, und wirklich

lich ſo groß, als ob ſolche ruhte, und eine Waſſerſäule von der Höhe $h + \frac{c^2}{4g}$ auf ihr ſtünde.

§. 6.

Durch Subſtitution von $\frac{v^2}{4g}$ ſtatt h wird auf gleiche Art

$$\Pi = A\left(\frac{v^1 + c^2}{4g}\right).$$

Für den Fall alſo, daß $v = c$ wäre, hätte man

$$\Pi = A.\,2\frac{v^2}{4g} = A.\,2\,h = 2\,A\,h.$$

das heißt: wenn die Scheibe mit der der Waſſerhöhe h zugehörigen Geſchwindigkeit aufwärts gezogen wird, ſo iſt der Druck auf ihre Oberfläche dem doppelten Gewichte der auf ihr liegenden, mit ihr gehobenen, Waſſermaſſe gleich.

Zweytes Kapitel.

Vom Ausfluß des Waſſers durch die Bodenöfnung eines prismatiſchen oder zylindriſchen, beſtändig voll erhaltenen, Gefäßes.

§. 7.

Es ſey ABCD (Fig. 2.) ein hohler Zylinder, oben bey AD mit einem Boden oder Deckel verſchloſſen, unten bey BC ganz offen, und mn eine horizontale Scheibe, welche in dieſen Zylinder ſo genau paſſet, daß ſie allenthalben vollkommen dicht anſchließt, doch ohne alle Reibung in demſelben auf und nieder bewegt werden kann. Dieſe Scheibe denke man ſich durch eine an ihrer Achſe befeſtigte unbewegliche Stange unterſtüzt, und den Zylinder über derſelben in lothrechter Stellung ſo, daß der ganze Raum AmnD mit Waſſer ausgefüllt iſt; ſo iſt klar, daß in dieſer Lage die Scheibe mn das ganze Gewicht der Waſſermaſſe AmnD zu tragen hat. Der innere Querſchnitt des lezten, oder die Oberfläche der Scheibe mn ſey A, die Höhe $Am = h$, das Gewicht des $Zylinders = o$, der Druck auf die $Scheibe = P$; ſo iſt $P = Ah$. Wird nun oben auf dem Deckel AD noch ein lothrecht wirkender Druck, z. B. ein Gewicht Q angebracht, ſo entſteht auf die oberſte Schichte AD eine Preſſung, welche ſich durch die Maſſe AmnD von Schichte zu Schichte bis auf die Scheibe mn fortpflanzt, die daher jezt einen Druck $P = Ah + Q$ leidet: und eben ſo groß muß demnach auch die Gegenwirkung dieſer Scheibe ſeyn, wenn ſie dieſer doppelten Drückung das Gleichgewicht halten und unbeweglich bleiben ſoll. Dieſe Gegenwirkung kann als eine wirkliche Kraft betrachtet werden, welche die Waſſermaſſe AmnD aufwärts zu treiben ſtrebt, und man ſieht, daß, vermög derſelben, die innere oder untere Fläche des Deckels AD eine Preſſung aufwärts leiden muß, welche $= Ah + Q - Ah = Q$ iſt.

Wenn die Höhe einer Waſſerſäule von der Grundfläche A, welche dem Druck Q das Gleichgewicht hält, $= x$ iſt, ſo muß nunmehr $Q = Ax$ ſeyn. Das heißt: die Oberfläche AD leidet allenthalben eine Preſſung aufwärts, welche dem Druck einer Waſſerſäule von der Höhe x gleich kömmt, und wenn jezt an irgend einer Stelle durch den Deckel AD ein Röhrchen lothrecht eingeſteckt würde, ſo müßte das Waſſer aus dem Zylinder in demſelben bis zur Höhe x anſteigen.

Nun

Nun ſtelle man ſich vor, daß in dem Deckel AD, (Fig. 3.) ein kleines Loch von der Weite a, welches bisher verſtopft geweſen, plötzlich geöfnet werde, ſo wird ſogleich ein Waſſerſtrahl durch dieſe Oefnung in lothrechter Richtung mit einer Geſchwindigkeit heraus fahren, die ſehr bald nach dem Anfange der Bewegung gleichförmig werden, und der Höhe x zugehören wird, indem zu gleicher Zeit, als ſich die Waſſermaſſe AmnD durch den Ausfluß aus a vermindert, der ganze Zylinder ABCD mit einer Geſchwindigkeit niederſinken wird, welche ſich zur Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſerſtrahls verhält, wie der Querſchnitt der Oefnung zum Querſchnitt des Zylinders. Die Geſchwindigkeit des Waſſerſtrahls in der Oefnung a heiſſe v, des niedergehenden Zylinders c, ſo hat man im Beharrungsſtande,

$$v = 2\sqrt{gx},$$

$$\text{und } c = v.\frac{a}{A}.$$

Die Kraft Q bringt nun eine doppelte Wirkung herfür, und hat einen doppelten Widerſtand zu überwinden; die Reaktion des mit der Geſchwindigkeit v ausfahrenden Waſſerſtrahls auf die Fläche a, und die Reaktion der gepreßten Waſſermaſſe gegen die verminderte Bodenfläche AD, oder A — a; heißt die lezte R, ſo iſt

$$Q = R + ax$$
$$= R + a.\frac{v^2}{4g}.$$

Im Stande der Ruhe wäre nun $R = x(A - a) = \frac{v^2}{4g}(A - a)$; allein da die Fläche AD den mit der Geſchwindigkeit v unaufhörlich anprellenden Waſſertheilchen noch mit ihrer eigenen Geſchwindigkeit c entgegen gedrückt wird, ſo iſt die eigentliche Höhe des Druckes, welchen ſie währender Bewegung leidet, $x + \frac{c^2}{4g}$, (§. 5.) Folglich

$$R = \left(A - a\right)\left(x + \frac{c^2}{4g}\right)$$

$$\text{und } Q = \left(A - a\right)\left(x + \frac{c^2}{4g}\right) + ax$$
$$= Ax + \frac{c^2}{4g}\left(A - a\right).$$

Es

Es iſt aber $x = \frac{v^2}{4g}$, und $c = v.\frac{a}{A}$,

daher $Q = A.\frac{v^2}{4g} + \frac{v^2}{4g}\left(\frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$

$$= \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$$

Die unbewegliche Scheibe mn leidet demnach, während der Bewegung, einen Druck

$$P = Ah + \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$$

wo h in jedem Augenblicke die Höhe der Waſſerſäule AmnD zwiſchen der Scheibe, und dem Deckel des Zylinders anzeigt.

§. 8.

Da es nun offenbar in Rückſicht auf die verſchiedenen Preſſungen, und auf die Geſchwindigkeit des durch die Oefnung a ausſtrömenden Waſſerſtrahls völlig einerley iſt, ob ſich der Zylinder ABCD gegen die unbewegliche Scheibe mn mit der Geſchwindigkeit c nieder bewegt, oder ob derſelbe unbeweglich befeſtigt iſt, und dagegen die Scheibe mit derſelben Geſchwindigkeit aufwärts gedrückt wird, ſo bleibt auch in dem lezten Falle der Druck auf $mn = Ah + Q$, und es iſt die Kraft, welche erfordert wird, dieſe Scheibe in dem unbeweglichen Zylinder aufwärts zu ſchieben, in jedem Augenblicke

$$P = Ah + \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right).$$

§. 9.

Man weiß, daß die Rückwirkung eines mit einer beſtimmten Geſchwindigkeit aus einer kleinen Oefnung lothrecht empor ſteigenden Waſſerſtrahls gegen die Fläche der Oefnung nicht von dem hydroſtatiſchen Druck oder dem Gewichte der auſſer oder über derſelben befindlichen Waſſermaſſe, welche den Strahl bildet, ſondern lediglich von dem hydrauliſchen Momente des Stoßes der ausfahrenden Waſſertheilchen herrührt, und daher bey jeder möglichen Richtung des Strahls dieſelbe bleibt, ſo lange

die

die Ausſtrömungsgeſchwindigkeit deſſelben nicht verändert wird. Der Werth von ax, und die gleichfalls von x abhangende Gröſſe R wird alſo keine Veränderung leiden, wenn der Zylinder ABCD ganz umgekehrt wird, wie in der vierten Figur, ſo daß die bewegliche Scheibe mn von oben herab mit derſelben Geſchwindigkeit c niedergedrückt wird, und das Waſſer aus dem Zylinder durch die Oefnung a mit derſelben Geſchwindigkeit v nach entgegengeſezter Richtung ausſtrömt. Doch hat in dieſem Falle die von oben auf die Scheibe ſenkrecht nieder wirkende Kraft P das Gewicht der Waſſermaſſe Ah nicht mehr zu tragen, welches ihr jezt vielmehr zu Hilfe kömmt, und es wird daher

$$P = Q - Ah = R + ax - Ah$$
$$= \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right) - Ah,$$

vorausgeſezt, daß die Scheibe ſelbſt ohne alles Gewicht ſey.

§. 10.

Nimmt man izt die Scheibe mn, und die Kraft P ganz hinweg, und überläßt die Waſſermaſſe eBCe (Fig. 5.) der Wirkung ihrer eigenen Schwere, ſo wird $P = 0$,

folglich $$Ah = \frac{v^2}{4g}\left(A + \frac{a^2}{A} - \frac{a^3}{A^2}\right)$$

und $$h = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right).$$

Wenn man nun eine ſolche Einrichtung trift, daß der Verluſt des durch die Bodenöfnung abflieſſenden Waſſers durch einen gleichen Zufluß von oben erſezt wird, ſo bleibt der Werth von h unverändert, und die Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſers beſtändig

$$v = 2\sqrt{\left(g.\frac{h}{1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}}\right)}$$

§. 11.

Aus der lezt gefundenen Gleichung erhellet, daß die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer durch die Bodenöfnung eines Gefäßes ausläuft, nie der ganzen Höhe

der

der über derſelben ſtehenden Waſſerſäule zugehören kann, ſondern für jeden begränzten Werth von A allemal etwas kleiner als $2\sqrt{gh}$ ſeyn muß, und daß der Unterſchied deſto beträchtlicher wird, je weiter die Oefnung im Verhältniß zur Weite des Gefäßes iſt. Wird dieſes Verhältniß ſo klein, daß man den Bruch $\frac{a^2}{A^2}$ als ganz unbedeutend vernachläſſigen darf, ſo kann auch die Ausſtrömungsgeſchwindigkeit in der That nicht merklich kleiner als $2\sqrt{gh}$ ſeyn; doch kann ſie im ſtrengſten Sinne nur dann der ganzen Waſſerhöhe h zugehören, wenn die Weite des Gefäßes unendlich groß, oder wenn die Weite der Oefnung der Weite des Gefäßes gleich iſt: denn in beyden Fällen wird der Diviſor

$$1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} = 1,$$

mithin $v = 2\sqrt{gh}$.

Anmerkung. Meine Grundformel $\frac{v^2}{4g} = \frac{h}{1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}}$ welche aus ſehr einfachen Betrachtungen hergeleitet iſt, ſcheint mit der Erfahrung ſehr gut überein zu ſtimmen, und thut allen möglichen Fällen für jeden Werth von $\frac{a}{A}$ Genüge, da die von andern Hydraulikern angegebenen Grundformeln auf ganz ungereimte Reſultate führen. Jene des Herrn Bernoulli, $\frac{v^2}{4g} = h.\frac{A^2}{A^2 - a^2}$, welche von den meiſten Schriftſtellern nach ihm zur Grundlage ihrer Theorien angenommen worden iſt, giebt die Geſchwindigkeit des ausfließenden Waſſers für jeden endlichen Werth von A gröſſer als $2\sqrt{gh}$, und zwar, bey einerley Höhe des Waſſerdrucks, deſto gröſſer, je gröſſer die Weite der Bodenöfnung im Verhältniß zur Weite des Gefäſſes iſt, ſo daß z. B. für $a = \frac{1}{2}A$ die Geſchwindigkeit v ſchon einer Höhe $\frac{4}{3}$ h zugehören, und für $a = A$, d. i. für ein gleich weites Gefäß ohne Boden, unendlich groß ſeyn müßte, welches doch offenbar falſch iſt. — Die Formel des Herrn Bernard, $\frac{v^2}{4g} = h.\frac{A^1}{A^2 + a^2}$ iſt zwar auf Gefäße mit kleinen Oefnungen paſſender, allein für $a = A$ giebt ſie die Geſchwindigkeit v nur der halben Waſſerhöhe zuſtändig, da ſie doch in dieſem Falle, im erſten Augenblicke, offenbar der ganzen Höhe zugehören muß. Beyde Formeln ſind daher, als allgemeine Grundformeln betrachtet (ſie mögen nun durch die feinſten Kunſtgriffe aus der Analyſis des Unendlichen

hergeleitet, oder durch bloſſes Raiſonnement auf was immer für eine Art entſtanden ſeyn) ganz unrichtig und unbrauchbar, da ſie in der Anwendung nur für den einzigen Fall, da a gegen A als unendlich klein angeſehen werden kann, mit der Erfahrung, folglich mit der Wahrheit, übereinſtimmen.

§. 12.

Wenn das Waſſer nicht unmittelbar aus der Bodenöfnung, ſondern durch eine an derſelben lothrecht angeſezte gleich weite Röhre mnop (Fig. 6.) ausfließt, ſo fällt für ſich auf, daß die Rückwirkung des durch die Mündung mp aus dem Gefäße ſtrömenden Waſſerſtrahls auf die in demſelben enthaltene Waſſermaſſe durch das Gewicht der in der Röhre befindlichen Waſſerſäule zum Theil gehoben werden müſſe, und daß folglich, um einerley Ausflußgeſchwindigkeit zu erhalten, in dieſem Fall eine kleinere Waſſerhöhe im Gefäß erfordert werde, als bey einer Oefnung im Boden ohne Anſatzrohr. Es ſey die (durchaus gleiche) Weite dieſer Röhre und der Bodenöfnung $mp = a$, die Länge derſelben $mn = l$, die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer in die Mündung mp eintritt, ſich durch das ganze Rohr bewegt, und durch die Oefnung no ausfließt, $= v$, ſo iſt die eigentliche Rückwirkung gegen mp nunmehr

$$ax = a\left(\frac{v^2}{4g} - l\right) \text{ ſtatt } a.\frac{v^2}{4g} \; (\S\, 7)$$

$$\text{und } x = \frac{v^2}{4g} - l.$$

Folglich auch die Rückwirkung der Bodenfläche BC

$$\text{oder } R = \left(A - a\right)\left(\frac{v^2}{4g} - l + \frac{c^2}{4g}\right)$$

Weil nun $Ah = R + ax$ iſt (§ 7), ſo wird

$$Ah = \left(A - a\right)\left(\frac{v^2}{4g} - l + \frac{c^2}{4g}\right) + a\left(\frac{v^2}{4g} - l\right)$$

$$= A.\frac{v^2}{4g} - Al + \frac{c^2}{4g}\left(A - a\right)$$

alſo

$$\text{alſo } h = \frac{v}{4g} - l + \frac{c^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{A}\right)$$

$$h + l = \frac{v^2}{4g} + \frac{c^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{A}\right)$$

$$= \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)$$

Folglich

$$v = 2\sqrt{\left(g \cdot \frac{h + l}{1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}}\right)}.$$

Die Geſchwindigkeit des durch dieſe Röhre abfließenden Waſſers iſt demnach (inſofern kein andrer Widerſtand dabey in Rechnung kömmt) eben ſo groß, als diejenige, mit welcher daſſelbe durch die Oefnung mp frey ausſtrömen würde, wenn die Höhe des Waſſerſtandes im Gefäße ABCD = h + l, und gar keine Anſatzröhre vorhanden wäre.

§. 13.

Aufgabe. Das zylindriſche Gefäß BCDE (Fig. 7.) hat in ſeinem Boden CD eine Oefnung von der Weite a, und ſteht oben mit einem weitern Gefäſſe MNOP in Verbindung, welches beſtändig auf die Höhe h mit Waſſer angefüllt bleibt; die Weite des lezten iſt A, des erſten W, und ſeine Höhe BC = l, man ſucht die Ausflußgeſchwindigkeit v durch die Oefnung a.

Auflöſung. Wenn man den Druck des im obern Gefäſſe enthaltenen Waſſers auf den oberſten Querſchnitt BE der in BCDE enthaltenen Waſſermaſſe = P, die Reaktion der Bodenfläche CD = R, und die der Ausflußgeſchwindigkeit durch a zukommende Höhe = x ſezt, ſo hat man hier

$$P + Wl = R + ax.$$

Heißt

Heißt die Geſchwindigkeit der im untern Gefäße ſinkenden Waſſerſchichten c, ſo iſt die eigentliche Druckhöhe auf den Boden CD, $= x + \frac{c^2}{4g} = \frac{v^2}{4g} + \frac{c^2}{4g}$, und

$$R = (W - a)\left(\frac{v^2}{4g} + \frac{c^2}{4g}\right) \text{ daher}$$

$$P + Wl = (W - a)\left(\frac{v^2}{4g} + \frac{c^2}{4g}\right) + a.\frac{v^2}{4g}$$

$$= W.\frac{v^2}{4g} + \frac{c^2}{4g}(W - a)$$

$$= W.\frac{v^2}{4g} + \frac{v^2}{4g}(W - a)\frac{a^2}{W^2}$$

$$P + Wl = \frac{v^2}{4g}\left(W + \frac{a^2}{W} - \frac{a^3}{W^2}\right)$$

$$\text{alſo } \frac{P}{W} + l = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right) \;\text{♄}$$

Nennt man die Höhe des Druckes, welchen die Fläche BE, als die Bodenöfnung des obern Gefäßes, von der in demſelben enthaltenen Waſſermaſſe leidet, y, ſo muß $P = Wy$, alſo $\frac{P}{W} = y$ ſeyn. Iſt ferner die Geſchwindigkeit der in dem obern Gefäſſe, währendem Auslaufen des Waſſers durch a niederſinkenden Waſſerſchichten = u, und die Reaktion der Bodenfläche NO = R′, ſo iſt (nach §. 7.)

$$Ah = R' + Wy$$

$$= (A - M)\left(y + \frac{u^2}{4g}\right) + Wy$$

$$= Ay + \frac{u^2}{4g}(A - W)$$

$$\text{alſo } y = h - \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{W}{A}\right)$$

$$= h - \frac{v^2}{4g}\left(1 - \frac{W}{A}\right)\frac{a^2}{A^2}$$

$$= h - \frac{v^2}{4g}\left(\frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2 W}{A^3}\right)$$

Sezt

Sezt man dieſen Werth von y in die obige Gleichung (ħ,) ſtatt $\frac{P}{W}$, ſo erhält man

$$h - \frac{v^2}{4g}\left(\frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2 W}{A^3}\right) + l = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right)$$

und $$h + l = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2 W}{A^3}\right)$$

daher $$v = \frac{2\sqrt{(g.\ (h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2 W}{A^3}\right)}}$$

§. 14.

Sezt man in der lezten Gleichung a = W, ſo hat man ein Gefäß mit einer Anſatzröhre von gleicher Weite mit der Bodenöfnung, und es wird

$$v = \frac{2\sqrt{(g\ (h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)}}$$

wie wir ſchon oben (§. 12.) für dieſen Fall gefunden haben.

Sezt man hingegen W = A, und die ganze Waſſerhöhe h + l = H, ſo hat man ein gleichweites Gefäß mit einer Bodenöfnung, und es verwandelt ſich die lezte Gleichung in die erſte Grundformel

$$v = \frac{2\sqrt{g H}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)}}$$

Drittes Kapitel.

Vom Ausfluß des Waſſers, welches durch mehrere aufeinander folgende Oefnungen fließt.

§. 15.

In dem lothrecht ſtehenden Zylinder ABCD (Fig. 8.) welcher unten mit einem Boden op verſchloſſen, oben aber ganz offen iſt, denke man ſich eine ohne alle Reibung bewegliche, vollkommen dichte, nicht ſchwere Scheibe mn, in deren Mitte eine Oefnung von der Weite φ angebracht iſt. Der Raum zwiſchen dieſer Scheibe und dem Boden op ſey ganz mit Waſſer ausgefüllt, und über derſelben ſtehe ſolches bis auf die Höhe fk. Die Weite des Zylinders ſey W; die ſenkrechte Entfernung der Scheibe mn vom Boden, oder mo ſey $= l$, und die Höhe des Waſſerſpiegels fk über derſelben, oder fm $= h$, ſo iſt die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer aus dem obern Raume durch die Oefnung φ abflieſſen würde, wenn der untere Raum mopn Waſſerleer wäre,

$$v = \frac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)}}$$

Wird nun die Scheibe mn mit einer Geſchwindigkeit $c = v . \frac{\varphi}{W}$ durch eine Kraft Q aufwärts gezogen, ſo tritt das Waſſer, vermöge ſeiner eigenen Schwere, aus dem obern Raume durch die Oefnung φ unter die Scheibe, und füllt in jedem Augenblicke den Raum aus, welcher zwiſchen der Waſſerfläche mn, und der ſteigenden Scheibe leer zurück bleiben würde, wenn die Oefnung φ während der Bewegung verſtopft wäre.

Da nunmehr der ganze Druck der Waſſermaſſe fmnk oder Wh theils von der Scheibe mn getragen, theils auf die Ueberwindung der Reaktion des durch φ ausſtrömenden Waſſerſtrals, und die Ausfüllung des unter der Scheibe entſtehenden

Raumes

Raumes verwendet wird, ſo iſt klar, daß, während der Bewegung, die Maſſe Wh auf die unter der Scheibe befindliche Waſſermaſſe Wl, folglich auch auf den Boden op, gar keinen Druck ausübt, und daß daher dieſer lezte keine andere Preſſung leidet, als die, welche von dem Gewichte der auf ihm ruhenden Waſſermaſſe mopn oder Wl entſteht. Heißt dieſe Preſſung P, ſo iſt in jedem Augenblicke

$$P = Wl.$$

Weil es nun in jeder Rückſicht vollkommen einerley iſt, ob die Scheibe mn mit der Geſchwindigkeit c aufwärts gezogen werde, oder ob dieſe an ihrer Stelle unbeweglich feſte gemacht ſey, und dagegen der Boden op mit eben dieſer Geſchwindigkeit niederſinke, ſo erhellet, daß auch in dieſem lezten Falle die Scheibe op einen Druck leiden müſſe, der dem Gewichte der Waſſermaſſe Wl gleich iſt, oder, was einerley iſt, daß die mit der Geſchwindigkeit c niedergehende Waſſermaſſe mopn noch einen Widerſtand $P = Wl$ überwinden könne.

§. 16.

Nun ſetze man, die Scheibe mn werde in dem unbeweglichen Zylinder ABCD mit einer Geſchwindigkeit $C > v.\frac{\Phi}{W}$ aufgezogen, ſo wäre, wenn die Geſchwindigkeit des durch φ ſtrömenden Waſſers immer nur $v = \frac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)}}$ bliebe, der unter der Scheibe in einer beſtimmten Zeit entſtehende Raum gröſſer, als die in derſelben Zeit von oben eintretende Waſſermenge, und es entſtünde daher ein vollkommenes Vacuum, wenn nicht die auf den Waſſerſpiegel fk drückende Atmosphäre dem Druck der Waſſermaſſe Wh zu Hilfe käme, und die Geſchwindigkeit des durch φ überſtrömenden Waſſers ſo ſtark beſchleunigte, daß der unter der Scheibe mn entſtehende Raum in jedem Augenblicke mit Waſſer ausgefüllt wird. Die (vermehrte) Geſchwindigkeit in φ ſey izt $= m$; und z die Höhe einer Waſſerſäule, welche dem nunmehr hinzukommenden Luftdrucke (eigentlich Uebergewicht der Athmosphäre) das Gleichgewicht hält; ſo muß

$$\frac{m^2}{4g} = \frac{h + z}{1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}},$$

$$\text{alſo } z = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right) - h \text{ ſeyn.}$$

Da

Da nunmehr das Waſſer aus dem obern Theile des Zylinders in den unter der Scheibe mn befindlichen Raum nicht blos durch den Druck der Waſſerſäule h allein durch die Oefnung φ getrieben, ſondern zum Theil von unten eingezogen, oder eingeſaugt wird, ſo leidet offenbar die oberſte, unmittelbar mit der untern Fläche der Scheibe in Berührung ſtehende Waſſerſchichte mn eine negative Preſſung, oder Suktion, welche dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe $z + \frac{c^2}{4g}$ das Gleichgewicht hält, weil ſich die Scheibe mit der Geſchwindigkeit c nach entgegengeſezter Richtung bewegt. Dieſe Suktion, welche wir S nennen wollen, wirkt nun auf die ganze Waſſermaſſe mopn von Schichte zu Schichte ſo, daß ſie ſolche zum Theil an ſich hält oder trägt, und daß alſo der Boden op nicht mehr von der ganzen Laſt Wl gedrückt werden kann. Man kann ſich daher (weil die Rückwirkung einer vom Waſſer berührten feſten Fläche allemal der Preſſung gleich iſt) die Sache füglich ſo vorſtellen, als ob die untere Fläche mn, oder W — φ auf die Waſſermaſſe Wl eine negative Rückwirkung ausübte, vermöge welcher ſie ſolche an ſich zu ziehen beſtrebt: und obwohl dieſe Rückwirkung eigentlich nur verminderter Druck der Atmoſphäre iſt, und daher im luftleeren Raume nie ſtatt haben könnte, ſo kann man ſie doch in der Folge gerade ſo betrachten, als ob ſie durch die Fläche W — φ ſelbſt herfürgebracht wäre, und ſie, Kürze halber, Suktion der Fläche W — φ nennen.

§. 17.

Wenn man ſich nun vorſtellt, daß die Scheibe mn unbeweglich befeſtigt iſt, und dagegen der Boden op mit der Geſchwindigkeit C herunter gezogen werden ſoll, ſo ſieht man, daß hiezu eine Kraft

$$P = S + \varphi z - Wl$$

erforderlich ſey: denn da der Theil z des Luftdruckes von oben ganz auf die Ueberwindung der vermehrten Rückwirkung des durch φ ſtrömenden Waſſers verwendet wird, und folglich nur noch der Ueberreſt auf den Boden op wirken kann, ſo erhält der Gegendruck der Atmoſphäre von unten das Uebergewicht, und äuſſert auf die ganze Fläche op eine Preſſung, welche dem Druck einer Waſſerſäule von der Höhe z gleich kommt. Es iſt aber

$$S = \left(W - \varphi\right)\left(z + \frac{C^2}{4g}\right) = Wz + W.\frac{C^2}{4g} - \varphi z - \varphi \frac{C^2}{4g}.$$

Daher

Daher $$P = Wz + \frac{C^2}{4g}\left(W - \quad\right) - Wl,$$

und $$P + Wl = Wz + \frac{C^2}{4g}\left(W - \varphi\right).$$

Verſchwindet P, ſo muß demnach

$$Wl = Wz + \frac{C^2}{4g}\left(W - \varphi\right)$$

oder $$l = z + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$$ ſeyn.

Das heißt: wenn die Waſſerſäule mopn durch ihre eigene Schwere die Suktion der unbeweglichen Fläche mn überwinden, das Waſſer aus fmnk mit einer gröſſern Geſchwindigkeit, als die bloſſe Druckhöhe h zu bewirken fähig iſt, einſaugen, und ſich noch mit der Geſchwindigkeit C niederwärts bewegen ſoll, ſo muß ihre Höhe mo, oder $l = z + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$ ſeyn.

§. 18.

Denkt man ſich nun den mit Waſſer angefüllten Zylinder ABCD (Fig. 9.) unten offen, und in eine unbegränzte ruhige Waſſerfläche s s eingetaucht, ſo wird, unter dieſen Bedingungen, wenn nämlich $ms = l = z + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$ iſt, das Waſſer durch φ mit der Geſchwindigkeit m, durch BC aber mit der Geſchwindigkeit $C = m.\frac{\varphi}{W}$ abflieſſen.

Weil nun $z = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right) - h$ iſt, (§. 16.) ſo wird, wenn man dieſen Ausdruck ſtatt z in die lezte Gleichung ſezt,

$$l = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right) - h + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right).$$

Es iſt aber $C = m.\frac{\varphi}{W}$, daher

$$l + h = \frac{m^2}{4g}\left(1 + 2\frac{\varphi^2}{W^2} - 2\frac{\varphi^3}{W^3}\right)$$

und $$m = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + 2\frac{\varphi^2}{W^2} - 2\frac{\varphi^3}{W^3}\right)}}$$

Sucht man die Geſchwindigkeit C, mit welcher das Waſſer durch den Zylinder mBCn abfließt, ſo ergiebt ſich

$$C = m.\frac{\varphi}{W} = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(2 + \frac{W^2}{\varphi^2} - 2\frac{\varphi}{W}\right)}}$$

und man ſieht, daß es für beyde Geſchwindigkeiten vollkommen gleichgiltig iſt, in welcher Höhe die Scheidewand mn angebracht ſey, da ſolche ganz allein durch die Summe beyder Höhen h und l, oder die ganze Waſſerhöhe fs beſtimmt werden.

§. 19.

Wenn die Weite des obern Gefäſſes ABCD (Fig. 10.) $= A > W$ iſt, ſo iſt der eigentliche Druck auf die Oefnung φ, oder $\frac{m^2}{4g} = \frac{h+z}{1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}}$,

Folglich $$z = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right) - h,$$ und

$$h + l = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right) + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$$
$$= \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3} + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)$$
$$= \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{W^2}{\varphi^2} - \frac{\varphi}{W} + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{A^3}\right)$$

daher
$$m = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3} + \frac{\varphi^2}{W^2} - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)}}$$

und $$c = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{A^3} + \frac{W^2}{\varphi^2} - \frac{\varphi}{W}\right)}}$$

§. 20.

§. 20.

Sezt man in den beyden lezten Gleichungen $W = \varphi$, ſo hat man ein Gefäß mit einer gleichweiten Anſatzröhre, und es wird

$$m = C = \frac{2\sqrt{(g(h + l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right)}}$$

Dieſelbe Formel, welche wir ſchon oben (§. 12.) für dieſen Fall gefunden haben.

§. 21.

Aufgabe. Das zylindriſche Gefäß mnop (Fig. 11.) iſt unten mit einem Boden verſchloſſen, in welchem eine Oefnung von der Weite a ſich befindet; die Höhe dieſes Gefäßes mn iſt l, die Weite deſſelben W; die Weite des obern Gefäſſes ABCD iſt A, die Weite der Oefnung im Boden deſſelben φ; man ſucht die Geſchwindigkeit v, mit welcher das Waſſer durch die unterſte Oefnung a abläuft, vorausgeſezt, daß das oberſte Gefäß beſtändig auf die Höhe h mit Waſſer angefüllt erhalten werde.

Auflöſung. Nennt man die der Geſchwindigkeit des durch a ausſtrömenden Waſſers zuſtändige Höhe x, und die Reaktion des Bodens no, R, ſo iſt klar, daß, wenn das Gefäß oben bey mp ganz offen und frey wäre, die Waſſerſäule Wl ganz auf die Ueberwindung dieſer beyden Reaktionen verwendet würde, und es wäre $Wl = R + ax$ (§. 7.) Da aber nunmehr ein Theil der Waſſerſäule Wl bloß zur Ueberwindung der Suktion der Fläche mp, und zum Einſaugen des Waſſers durch φ verbraucht wird, ſo bleibt für den Druck nach unten nur noch der Ueberreſt; heißt jener Theil Wy, ſo hat man

$$Wl - Wy = W(l - y) = R + ax.$$

Weil indeſſen die Maſſe Wy nach überwundenem Widerſtande $s \mp \varphi z$ (§. 17.) für ſich ſelbſt ſchon mit der Geſchwindigkeit C nieder zu ſinken vermag,

und

und alſo zur Herfürbringung dieſer Bewegung keine neue Kraft erfordert wird, ſo muß man

$$W(l-y) = R + ax - W.\frac{C^2}{4g}$$

ſetzen. Nun iſt aber

$$R + ax = \left(W - a\right)\left(x + \frac{c^2}{4g}\right) + ax$$

$$= Wx + \frac{C^2}{4g}\left(W - a\right),$$

alſo $$W\left(l - y\right) = Wx - a.\frac{C^2}{4g},$$

und $$l - y = x - \frac{a}{W}.\frac{C^2}{4g}.$$

Heißt die Durchflußgeſchwindigkeit in φ wieder m, ſo iſt hier y, was im § 18, l war, das heißt:

$$y = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right) - h + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right)$$

Folglich

$$l - \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right) + h - \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right) = x - \frac{C^2}{4g}.\frac{a}{W},$$

allein $$x \text{ iſt } = \frac{v^2}{4g},$$

$$m = v.\frac{a}{\varphi},$$

und $$C = v.\frac{a}{W},$$

daher wird

$$l + h = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{\varphi^2} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2\varphi}{A^3} + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^2\varphi}{W^3} - \frac{a^3}{W^3}\right)$$

und

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{\varphi^2} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^2\varphi}{A^3} + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^2\varphi}{W^3} - \frac{a^3}{W^3}\right)}}.$$

§. 22.

Sind die Durchfluß- und Ausflußöfnung beyde von gleicher Weite, oder $\varphi = a$, ſo wird nach der lezten Gleichung

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(2 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{a^2}{W^2} - 2\frac{a^3}{W^3}\right)}}$$

Iſt auch $W = a$, ſo verwandelt ſich dieſelbe Formel wieder in

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)}}$$

wie ſichs für dieſen Fall, mit einer gleichweiten Anſatzröhre, gehört (§ 12).

§. 23.

Sezt man $W = A$, ſo hat man ein gleichweites Gefäß ABCD (Fig. 12.) mit einer wagrechten durchlochten Scheidewand mn, wobey h die Höhe Am des Waſſerſpiegels über der Scheidewand, und l den Abſtand mB derſelben vom Boden anzeigt, und es verwandelt ſich obige Gleichung (§. 21.) in

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{\varphi^2} + 2\frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} - 2\frac{a^2\varphi}{A^3}\right)}}$$

Iſt auch $\varphi = a$, ſo ergiebt ſich

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(2 + 2\frac{a^2}{A^2} - 3\frac{a^3}{A^3}\right)}}$$

und man ſieht, daß es übrigens vollkommen gleichgiltig iſt, in welcher Höhe die Scheidewand mn zwiſchen dem Boden, und dem Waſſerſpiegel ſich befindet.

§. 24.

§. 24.

Aufgabe. Unter dem prismatiſchen Gefäße ABCD (Fig. 13.) von der Weite A iſt ein anders zylindriſches oder prismatiſches Gefäß mnop von der Weite W, und Länge l, und unter dieſem ein drittes cdef von der Weite ω und Länge q angebracht. Alle dieſe Gefäße ſind mit Waſſer angefüllt, welches aus dem erſten durch die Oefnung φ in das zweyte, aus dieſem durch die Oefnung a in das dritte überſtrömt, und aus dem lezten durch die Bodenöfnung α ausläuft. Man ſucht die Geſchwindigkeit dieſes Ausfluſſes v, wenn die Waſſerhöhe im obern Gefäße beſtändig = h erhalten wird.

Auflöſung. Heißt derjenige Theil der Höhe cd oder q, welcher auf die Suktion der Fläche cf und das Einſaugen des Waſſers durch die Oefnung a verwendet wird, z, die der Ausflußgeſchwindigkeit durch die Bodenöfnung α zukommende Höhe x, und die Geſchwindigkeit der im unterſten Gefäße ſinkenden Waſſerſchichten u, ſo iſt nach (§. 21.)

$$\omega(q - z) = \omega x - \alpha . \frac{u^2}{4g}$$

$$q - z = x - \frac{\alpha}{\omega} . \frac{u^2}{4g} \quad ♄$$

Wäre izt das Gefäß mnop oben bey mp ganz offen und frey, ſo hätte man, wenn die Durchflußgeſchwindigkeit durch a = μ iſt, (nach §. 21.)

$$z = \frac{\mu^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right) - l + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right)$$

Allein da ein Theil der Waſſerſäule Wl die Suktion der Fläche mp überwinden, und das Einſaugen durch die Oefnung φ bewirken muß, ſo kann, wenn dieſer Theil Wy iſt, ſtatt l nur l — y hier in Rechnung kommen. Inſofern aber die Waſſermaſſe Wl ſchon mit der Geſchwindigkeit C niederſinkt, ſo iſt in der lezten Gleichung eigentlich $l - y + \frac{a}{W} . \frac{C^2}{4g}$ anzuſetzen. Es kömmt nämlich hier darauf an, die Druckhöhe zu finden, mit welcher das Waſſer im Gefäße mnop

auf

auf die Oefnung a, und durch dieſe auf die Waſſermaſſe cdef wirkt. Heißt dieſe x', ſo iſt

$$z + x' = \frac{\mu^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right) + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right)$$

Nun iſt aber offenbar dieſes x' eben das, was oben (§. 21.), da das Waſſer durch die Oefnung a frey ausſtrömte, x war, nämlich die dieſem Ausfluß zuſtändige Höhe.

Alſo $x' = l - y + \frac{a}{W} \cdot \frac{C^2}{4g}$, daher

$$z + l - y + \frac{a}{W} \cdot \frac{C^2}{4g} = \frac{\mu^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right) + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right)$$

und $z = \frac{\mu^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3}\right) + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right) - l + y - \frac{a}{W} \cdot \frac{C^2}{4g}$.

Heißt die Geſchwindigkeit des durch φ ſtrömenden Waſſers wieder m, ſo iſt (§. 21.)

$$y = \frac{m^2}{4g}\left(1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3}\right) - h + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right).$$

Man ſetze nun Kürze halber $1 + \frac{a^2}{W^2} - \frac{a^3}{W^3} = M$, und $1 + \frac{\varphi^2}{A^2} - \frac{\varphi^3}{A^3} = N$, ſo wird

$$z = \frac{\mu^2}{4g} \cdot M + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right) - l + \frac{m^2}{4g} \cdot N - h + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right) - \frac{a}{W} \cdot \frac{C^2}{4g}$$

und dieſer Werth für z in die Gleichung (♄) geſezt, giebt

$$q - \frac{\mu^2}{4g} \cdot M - \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega}\right) + l - \frac{m^2}{4g} \cdot N + h - \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W} - \frac{a}{W}\right) = x - \frac{\alpha}{\omega} \cdot \frac{u^2}{4g}.$$

alſo $q + l + h$

$$= x + \frac{\mu^2}{4g} \cdot M + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{\omega} - \frac{\alpha}{\omega}\right) + \frac{m^2}{4g} \cdot N + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W} - \frac{a}{W}\right)$$

Nun

Nun iſt

$$x = \frac{v^2}{4g}$$

$$\mu = v.\frac{\alpha}{a}$$

$$u = v.\frac{\alpha}{\omega}$$

$$m = v.\frac{\alpha}{\varphi}$$

und

$$C = v.\frac{\alpha}{W};$$ daher

$$q + l + h$$

$$= \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} + \frac{\alpha^2}{A^2} - \frac{\alpha^2\varphi}{A^3} + 2\frac{\alpha^2}{W^2} - 2\frac{\alpha^2 a}{W^3} - \frac{\alpha^2\varphi}{W^3} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} - \frac{\alpha^2 a}{\omega^3} - \frac{\alpha^3}{\varphi^3}\right)$$

endlich

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h + l + q))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} + \frac{\alpha^2}{A^2} - \frac{\alpha^2\varphi}{A^3} + 2\frac{\alpha^2}{W^2} - 2\frac{\alpha^2 a}{W^3} - \frac{\alpha^2\varphi}{W^3} + \frac{\alpha^2}{\omega^2} - \frac{\alpha^2 a}{\omega^3} - \frac{\alpha^3}{\omega^3}\right)}}$$

§. 25.

Sezt man $\omega = a = W$, und die ganze Waſſerhöhe $h + l + q = H$, ſo kömmt man auf den Fall (§. 21.) mit zwey übereinander geſezten Gefäßen, und einer Durchflußöfnung φ zurück, und es verwandelt ſich die lezt gefundene Gleichung in

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\alpha^2}{W^2} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} + \frac{\alpha^2}{A^2} - \frac{\alpha^2\varphi}{A^3} - \frac{\alpha^3\varphi}{W^3} - \frac{\alpha^3}{W^3}\right)}}$$

welches, mit Veränderung des Buchſtaben a ſtatt α dieſelbe Formel iſt, die wir dort für dieſen Fall gefunden haben.

§. 26.

§. 26.

Sind alle drey Oefnungen von gleicher Weite, oder $a = \alpha = \varphi$, ſo ergiebt ſich (nach §. 24.)

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(3 + \frac{\alpha^2}{A^2} - \frac{\alpha^3}{A^3} + 2\frac{\alpha^2}{W^2} - 3\frac{\alpha^3}{W^3} - \frac{\alpha^2}{\omega^2} - 2\frac{\alpha^3}{\omega^3}\right)}}$$

§. 27.

Iſt $\omega = W = A$, ſo hat man ein gleich weites Gefäß ABCD (Fig. 14.) mit zwoen wagrechten übereinander geſezten durchlochten Scheidewänden mp und no, und obige Formel verwandelt ſich in folgende:

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\alpha^2}{a^2} + \frac{\alpha^2}{\varphi^2} + 4\frac{\alpha^2}{A^2} - 2\frac{\alpha^2\varphi}{A^3} - 3\frac{\alpha^2 a}{A^3} - \frac{\alpha^3}{A^3}\right)}}$$

Iſt auch $\varphi = a = \alpha$, ſo wird

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(3 + 4\frac{\alpha^2}{A^2} - 6\frac{\alpha^3}{A^3}\right)}}$$

Ueberhaupt wird für dieſen Fall, wenn alle Oefnungen in den Scheidewänden gleich groß, und mit der Boden- oder Ausflußöfnung von einerley Weite ſind, und die Anzahl der Scheidwände oder Durchflußöfnungen $= n$ iſt, allgemein

$$v = \frac{2\sqrt{gH}}{\sqrt{\left(1 + n\left(1 + 2\frac{\alpha^2}{A^2} - 3\frac{\alpha^3}{A^3}\right)\right)}}$$

§. 28.

Wenn übrigens die bisher vorgetragenen Formeln über die Bewegung des Waſſers durch mehrere auf einander folgende Oefnungen in der Ausübung anwendbar ſeyn ſollen, ſo müſſen noch zwey Umſtände beobachtet werden. Fürs Erſte

 dürfen

dürfen die Scheidwände (beſonders wenn die Oefnungen in denſelben lothrecht übereinander angebracht ſind) nicht weniger als 4 bis 5 Zoll von einander entfernt ſeyn, weil ſonſt, wenn ſie näher aneinander ſtünden, das Waſſer aus der einen Oefnung in die nächſtfolgende in einem ununterbrochenen Strahle, gleichſam als in einer Röhre (ohne der übrigen zwiſchen beyden Scheidwänden befindlichen Waſſermaſſe einige Bewegung mitzutheilen) überſtröhmen, mithin der Ausfluß nach ganz andern Geſetzen erfolgen würde. Zweytens darf die unterſte oder Bodenöfnung nicht mehr als höchſtens $\frac{1}{4}$ Zoll im Durchmeſſer weit ſeyn, indem ſonſt die Luft durch ſelbe eindringen, und den Raum zwiſchen der nächſten Scheidwand und der unter derſelben ſich ausleerenden Waſſermaſſe ausfüllen würde, da dann nach oben keine Einſaugung ſtatt finden könnte, ſondern das Waſſer durch die Bodenöfnung aus dem unterſten Behälter, wie aus einem einfachen oben offenen Gefäße, auslauffen müßte. Oder es muß, um dieſes Eindringen der äuſſern Luft zu verhindern, die Ausflußöfnung ſelbſt ein paar Zolle unter Waſſer ſtehen, wobey aber natürlicherweiſe die ganze drückende Waſſerhöhe H vom Waſſerſpiegel im oberſten Gefäße nicht bis an die Bodenöfnung, ſondern nur bis an die Waſſerfläche, unter welcher das Waſſer ausläuft, in Rechnung zu bringen iſt.

Vier-

Viertes Kapitel.

Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls.

§. 29.

Wenn die Vorausſetzung, daß währendem Auslaufen des Waſſers durch die Oefnung im Boden eines beſtändig voll erhaltenen zylindriſchen oder priſmatiſchen Gefäßes alle horizontalen Schichten der darinn enthaltenen Waſſermaſſe ſich mit gleicher Geſchwindigkeit gegen den Boden bewegen, vollkommen ſtatt fände, ſo wären die bisher gefundenen Werthe von v der richtigſte Ausdruck für die Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſerſtrahls, und dieſe in den Querſchnitt der Oefnung multiplizirt das genaue Maaß der in einer Sekunde ausflieſſenden Waſſermenge. Allein da die Geſchwindigkeit der unterſten zunächſt an der Oefnung befindlichen Waſſertheilchen nicht plötzlich von c in v übergehen kann, ſondern dieſer Uebergang vielmehr ſtuffenweiſe nach dem Geſetze der Stetigkeit erfolgen muß, ſo kann auch diejenige Maſſe Waſſer, welche, währendem Auslaufen, im Gefäße wirklich in Bewegung iſt, mit der ganzen Waſſermaſſe, welche das Gefäß ausfüllt, nicht völlig einerley ſeyn, und obige Vorausſetzung iſt daher nur bis auf eine gewiſſe Entfernung vom Boden wirklich gegründet, da das ausſtrömende Waſſer nahe über der Oefnung einen trichterförmigen Kanal*) bildet, indem das zu den Seiten und in den Ecken befindliche Waſſer vollkommen ruhig bleibt. Die Erfahrung

*) Man kann die Bildung dieſes Trichters ſehr deutlich in einem groſſen gläſernen Zylinder, in deſſen Boden eine kleine Oefnung iſt, beobachten, wenn man ſolchen mit Waſſer anfüllt, welches eine Menge kleiner Stückgen Siegellak oder andrer Körperchen enthält, deren ſpezifiſche Schwere mit der des Waſſers ohngefähr einerley iſt, da ihre Bewegung auf die Art ſichtbar wird, wie die 15te Figur darſtellt. Auch bemerkt man auf der Oberfläche des Waſſers, wenn ſolche bis nahe an den Boden niedergeſunken iſt, eine Delle, die immer ſichtbarer und tiefer wird, je mehr das Gefäß ſich ausleert, und zulezt einen ordentlichen eingedrückten Trichter bildet.

rung zeigt nämlich, daß bey einer etwas beträchtlichen Höhe des Waſſerſtandes im Gefäße zwar alle Theilchen der Waſſermaſſe von ihrer Oberfläche an in paralleler Richtung ſenkrecht niederſinken, und die unmittelbar lothrecht über der Oefnung befindliche Waſſerſäule ihre Richtung bis an die Oefnung unverändert behält, daß aber die übrigen zur Seite liegenden Waſſerſtreifen, nachdem ſie bis zu einer gewiſſen Entfernung vom Boden beynahe ſenkrecht niedergeſunken ſind, eine mehr oder minder ſchiefe Richtung annehmen, um ſich von allen Seiten der Oefnung zu nähern, je nachdem ſie mehr oder weniger von dieſer entfernt ſind. Der Druck dieſer ſchiefen Waſſerſtreifen löſt ſich demnach in zwo Seitenkräfte auf, wovon die eine horizontal, die andere vertikal gerichtet iſt. Die horizontalen, welche auf die Achſe der Oefnung ſenkrecht wirken, werden durch die Reaktion der gerade entgegen geſezten Streifen getilgt: vermöge der andern entſteht eine wirkliche Bewegung durch die Oefnung. Hieraus folgt:

1. daß die Vertikalgeſchwindigkeit der Streifen oder Fäden, welche den Strahl bilden, in der Achſe am größten iſt, und gegen die Peripherie zu abnimmt.

2. Daß der Strahl im Ausſtrömen einen abgeſtumpften Kegel, deſſen Grundfläche die Oefnung iſt, bildet, und ſich alſo auſſer derſelben zuſammenzieht, bis auf eine gewiſſe Entfernung, da die äuſſern Fäden ihre ſchiefe Richtung wieder verlieren, und von den innern, vermöge des Zuſammenhangs, in paralleler Richtung mit fortgeriſſen werden.

§. 30.

Dieſe lezte Erſcheinung, welche offenbar die Wirkung des Seitendrucks der unterſten rings um die Oefnung befindlichen Waſſerſchichten iſt, heißt die Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls, und der kleinſte Querſchnitt auſſerhalb der Oefnung der Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls. Man ſieht, daß wegen dieſes Umſtandes die Geſchwindigkeit des ausflieſſenden Waſſers nicht durch die ganze im Gefäße befindliche Waſſermaſſe A h bewirkt werden kann, indem ein Theil derſelben bloß auf die Zuſammendrückung des ausfahrenden Strahls verwendet wird, daß daher dieſe Geſchwindigkeit ſelbſt in der Achſe etwas kleiner als $\frac{2\sqrt{g h}}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3})}}$ ſeyn, folglich die Ausflußmenge in einem doppelten Verhältniſſe

hältniſſe vermindert werden muß. Auch begreift man vorläufig, daß dieſe Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls deſto unbeträchtlicher ſeyn muß, je weiter die Oefnung gegen die Weite des Gefäßes iſt, und umgekehrt. Bey einem Gefäße ohne Boden, ſo wie bey einer gleichweiten (etwas langen) Anſatzröhre, findet gar keine Zuſammenziehung ſtatt; das Waſſer ſtrömt in der ganzen Weite der Mündung aus, weil über derſelben kein Seitendruck exiſtirt, ſondern alle Theilchen lothrecht in paralleler Richtung niederſinken.

§. 31.

Man hat bey Gefäßen, deren Weite gegen die Weite der Oefnung ſo beträchtlich iſt, daß das Verhältniß $\frac{a}{A}$ ein ganz unbedeutender Bruch wird, bemerkt, daß ſich der Durchmeſſer des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls zum Durchmeſſer der Oefnung, wenn dieſe zirkelrund und in einer dünnen Platte befindlich iſt, wie 1: 1,225, oder wie 0,816: 1 verhält; wenn aber die Oefnung mit einer kurzen Anſatzröhre verſehen iſt, ohngefähr wie 9: 10. Wäre nun die vertikale Geſchwindigkeit aller Fäden, welche den zuſammengezogenen Waſſerſtrahl bilden, gleich groß, und wüßte man ihr Verhältniß zu jener, welche wir unter der Vorausſetzung, daß gar keine Zuſammenziehung ſtatt fände, beſtimmt haben, ſo hätte man allgemein, wenigſtens für dergleichen gegen die Weite der Gefäße ſehr kleine Oefnungen, ein ſicheres Maaß zur Berechnung der in einer Sekunde ausflieſſenden Waſſermenge. Da indeſſen die Geſchwindigkeit nur in der Achſe am größten iſt, nach der Peripherie zu aber abnimmt, und es auf keine Weiſe beſtimmt werden kann, der wievielte Theil der ganzen Waſſerhöhe auf die Bewirkung der Zuſammenziehung des ausfahrenden Waſſerſtrahls verwendet wird, ſo bleibt zu einer leidlich genauen Auflöſung dieſer für die Ausübung ſo wichtigen Aufgabe kein anderer Weg übrig, als daß man zur Erfahrung ſeine Zuflucht nimmt, den unter gewiſſen Umſtänden beobachteten Waſſeraufwand durch den ganzen Querſchnitt der Oefnung dividirt, und den Quotienten für die mittlere Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſers annimmt. Auf dieſe Art hat Herr Buat die mittlere Geſchwindigkeit für Oefnungen in dünnen Platten $v = \sqrt{278\ h}$, für Oefnungen mit kurzen Anſatzröhren aber $v = \sqrt{478\ h}$ gefunden, wenn v und h in Pariſerzollen ausgedrückt, und die Beſchleunigung der Schwere nach Pariſermaaß $g = 181$ Zoll angenommen wird. Im Grunde iſt nun freylich dieſes Verfahren unrichtig, da eine ſolche mittlere

lere Geſchwindigkeit nur in der Einbildung exiſtirt, und man darf daher dieſe Formeln ja nie auf die Beſtimmung der Weite oder Höhe anwenden, die ein horizontal oder lothrecht aufwärts ſtrömender Waſſerſtrahl erreicht, und welche in jedem Falle dem oben angegebenen Werthe von x viel näher kömmt; doch iſt ſolches für die Ausübung zur Beſtimmung der Waſſermenge der brauchbarſte und zuverläſſigſte Weg. Richtiger wäre allerdings der Ausdruck, wenn man die gefundene Waſſermenge in der Sekunde durch den beobachteten kleinſten Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls dividirte, und dieſen Quotienten für die wahre mittlere Geſchwindigkeit annähme. Allein da es in der Ausübung ungemein ſchwer hält, die Dicke des zuſammengezogenen Strahls ſo genau zu meſſen, ſo kann man mit Sicherheit nur von der erſt erwähnten Methode Gebrauch machen.

§. 32.

Wenn die Anzahl Kubickzolle, welche in jeder Sekunde ausflieſſen, durch Q, die Waſſerhöhe über der Oefnung in Zollen durch h, und der Querſchnitt der Oefnung in Quadratzollen durch a ausgedrückt wird, ſo hat man, nach den Erfahrungen der Herren Boſſut und Buat, in Pariſermaße

für Oefnungen in einer dünnen Platte

$$Q = a \sqrt{(278\ h)}$$

$$h = \frac{Q^2}{278.\ a^2}$$

für Oefnungen mit einem kurzen Anſatzrohr

$$Q = a \sqrt{(478\ h)}$$

$$h = \frac{Q^2}{478.\ a^2}$$

Wenn keine Zuſammenziehung ſtatt fände, und die Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſerſtrahls in jedem Punkte ſeines Querſchnittes gleich groß, und der ganzen Waſſerhöhe h zuſtändig wäre, ſo hätte man zur Beſtimmung der durch die Bodenöfnung eines beſtändig gleich voll erhaltenen Gefäßes, deſſen Weite gegen die Weite der Oefnung ſehr beträchtlich iſt, allgemein

$$Q = a\,.\,v = a \sqrt{(4\ g\ h)} = a \sqrt{(4\ .\ 181\ h)}$$
$$= a \sqrt{(724\ h)}$$

Es verhält ſich demnach der wirkliche Ausfluß zu demjenigen, der unter jener Vorausſetzung erfolgen müßte, bey Bodenöfnungen in einer dünnen Platte wie $\sqrt{278} : \sqrt{724} = 16,673 : 26,907 = 0,619 : 1$; bey Oefnungen mit einer kurzen Anſatzröhre aber wie $\sqrt{478} : \sqrt{724} = 21,863 : 26,907 = 0,812 : 1$. Man erhält daher die wirkliche Ausflußmenge in einer Sekunde, für den erſten Fall

$$Q = 0,619 . a\, 2\sqrt{gh} = 1,238 . a\sqrt{gh}$$

für den zweyten

$$Q = 0,812 . a . 2\sqrt{gh} = 1,624\, a\sqrt{gh},$$

und die nöthige Waſſerhöhe für den erſten Fall

$$h = \frac{Q^2}{1,532 . a^2}$$

für den zweyten

$$h = \frac{Q^2}{2,637 . a^2}$$

alles nach Pariſermaße.

§. 33.

Das bisher vorgetragene bezieht ſich ganz allein auf den Ausfluß durch Oefnungen, welche gegen die Weite der Gefäße ſehr klein ſind, da alle bis jezt bekannten Verſuche und Erfahrungen nur mit ſolchen Oefnungen angeſtellt worden ſind. Für Oefnungen von beträchtlicher Weite fehlt es uns leider noch gänzlich an Verſuchen, die Zuſammenziehung des Waſſerſtrals zu beſtimmen, und eben darum haben wir auch bis jezt noch keine allgemeine auf alle möglichen Werthe von $\frac{a}{A}$ genau paſſende Formel für die Waſſermenge, welche durch die Bodenöfnung eines bis auf eine gewiſſe Höhe angefüllten Gefäßes ausläuft, oder für die Waſſerhöhe, welche erfordert wird, eine gegebene Waſſermenge aus einer Oefnung von beſtimmter Weite zu liefern. Inzwiſchen kann man ſich, bis man auf dem Wege der Erfahrung zu einer vollſtändigern Theorie der Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls gelangen wird, der Wahrheit durch folgende Betrachtungen wenigſtens, ſo viel als möglich, nähern.

Wenn das Gefäß keinen Boden hat, oder wenn man von einem auf die Höhe h angefüllten gleich weiten Gefäße den Boden plötzlich wegnimmt, ſo wird die

die ganze Waſſerkraft Ah auf die Bewirkung des Ausfluſſes verwendet. Iſt aber die Oefnung $a < A$, ſo wird ein Theil jener Kraft, nämlich $(A - a)\,h$, bloß zum Druck auf die Bodenfläche $A - a$ rings um die Oefnung verwendet, und man müßte jezt eine Kraft $Ah + (A - a)\,h$ haben, wenn noch derſelbe Ausfluß erfolgen ſollte. Man hat aber nur die Kraft Ah, und es verhält ſich alſo der wirkliche Ausfluß durch die Bodenöfnung a zum Ausfluß beym Gefäße ohne Boden, oder was gleich viel heißt, der Ausfluß des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls zum Ausfluß ohne Zuſammenziehung, wie die Quadratwurzeln der drückenden Kräfte, nämlich, wie $\sqrt{Ah} : \sqrt{(Ah + (A - a).h)} = \sqrt{Ah} : \sqrt{\left(Ah\left(2 - \frac{a}{A}\right)\right)} = 1 : \sqrt{2 - \frac{a}{A}}$ *) Heißt demnach der kleinſte Querſchnitt des zuſammengezogenen Strahls α, ſo iſt

$$\alpha = \frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$$

Folglich für ein ſehr kleines $\frac{a}{A}$ beynahe $\alpha = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{1,414} = 0,707\,.\,a$; welches Verhältniß des zuſammengezogenen Querſchnittes zum Querſchnitt der Oefnung eben daſſelbe iſt, was Newton und Mariotte durch ihre Verſuche bey dergleichen kleinen Oefnungen gefunden haben, und was ziemlich genau das Mittel zwiſchen dem Ausfluß durch eine dünne Platte und jenem durch eine kurze Anſatzröhre, nach den Verſuchen der Herren Boſſut und Buat giebt. Iſt $a = A$, ſo wird nach dieſer Formel auch $\alpha = a$, wie der Natur der Sache gemäß iſt. Es ſcheint daher, daß man von dieſer Gleichung, welche für die beyden äuſſerſten Gränzen der Aufgabe, nämlich $\frac{a}{A} = 0$, und $\frac{a}{A} = 1$ mit der Erfahrung ſo richtig übereinſtimmende Reſultate giebt, auch für alle dazwiſchen möglichen Werthe von $\frac{a}{A}$ um ſo eher allgemeinen Gebrauch machen dürfe, als es in dieſem Punkte in der Anwendung, wenigſtens beym Maſchinenweſen, auf die äuſſerſte Schärfe nicht ankömmt.

§. 34.

*) Ich habe dieſes Raiſonnement aus Herrn Rath Langsdorfs Lehrbuch der Hydraulik, III Kapitel entlehnt, doch ſo vorgetragen, daß dabey die Hypotheſe ſeines Hyperboliſchen Waſſer-Sphäroids wegfällt, welches mir zur Erklärung aller beym Ausfluß vorfallenden Erſcheinungen eben ſo überflüßig ſcheint, als es überhaupt unnatürlich, und gegen die Erfahrung iſt.

§. 34.

Sezt man alſo, mit Rückſicht auf die Zuſammenziehung, in obiger Grundformel (§. 10.) $\frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$ ſtatt a, ſo erhält man

$$h = \frac{v^2}{4g}\left[1 + \frac{a^2}{A^2\left(2 - \frac{a}{A}\right)} - \frac{a^3}{A^3\left(2 - \frac{a}{A}\right)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$= \frac{v^2}{4g}\left[1 + \frac{a^2}{2A^2 - aA}\left(1 - \frac{a}{\sqrt{(2A^2 - aA)}}\right)\right]$$

Deßgleichen Q = α . v ſtatt a . v, oder

$$Q = \frac{a \cdot 2\sqrt{gh}}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A} + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3\sqrt{2 - \frac{a}{A}}}\right)}}$$

und $$h = \frac{Q^2}{4g \cdot a^2}\left(2 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a}{A} - \frac{a^3}{A^3\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}\right)$$

§. 35.

Nimmt man ſolchergeſtalt auf jede Zuſammenziehung Rückſicht, welche Statt findet, ſo oft das Waſſer aus einem weitern Querſchnitte in einen engern tritt, ſo ergiebt ſich für den Fall (§. 13. Fig. 7.)

$$h + l =$$

$$\frac{v^2}{4g} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{2 - \frac{a}{W}}\left(\frac{1}{W^2} - \frac{a}{W^3\sqrt{\left(2 - \frac{a}{W}\right)}} + \frac{1}{A^2} - \frac{W}{A^3\sqrt{\left(2 - \frac{W}{A}\right)}}\right)\right]$$

Für den Fall (§. 18. Fig. 9.)

$$h + l =$$

$$\frac{\mu^2}{4g} \cdot \left[1 + \frac{\varphi^2}{2 - \frac{\varphi}{A}} \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{W^2} - \frac{\varphi}{\sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{A}\right)}} \left(\frac{1}{A^3} + \frac{1}{W^3} \right) \right) \right]$$

$$= \frac{\mu^2}{4g} \cdot \left[1 + \frac{\varphi^2}{2 - \frac{\varphi}{A}} \left(\frac{A^2 + W^2}{A^2 . W^2} - \frac{A^3 + W^3}{A^3 . W^3} \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{A}\right)}} \right) \right]$$

Für den Fall (§. 21. Fig. 11.)

$$h + l =$$

$$\frac{v^2}{4g} \cdot \left[1 + \frac{a^2}{2 - \frac{a}{W}} \left(\frac{2 - \frac{\varphi}{W}}{\varphi^2} + \frac{A^2 + W^2}{A^2 . W^2} - \frac{A^3 + W^3}{A^3 . W^3} \cdot \frac{\varphi}{\sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{W}\right)}} - \frac{a}{W.^3 \sqrt{\left(2 - \frac{a}{W}\right)}} \right) \right]$$

Für den Fall (§. 23. Fig. 12.)

$$h + l =$$

$$\frac{v^2}{4g} \left[1 + \frac{\frac{a^2}{\varphi^2}\left(2 - \frac{\varphi}{A}\right) + 2 \cdot \frac{a^2}{A^2} - 2 \frac{a^2 \varphi}{A^3 \sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{A}\right)}} - \frac{a^3}{A^3 \sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}}{2 - \frac{a}{A}} \right]$$

Und wenn die Oefnung in der Scheidwand einerley Weite mit der Boden-öfnung hat

$$h + l = \frac{v^2}{4g} \left(2 + 2 \cdot \frac{a^2}{A^2 \left(2 - \frac{a}{A}\right)} - 3 \cdot \frac{a^3}{A^3 \left(2 - \frac{a}{A}\right)^{\frac{3}{2}}} \right)$$

u. ſ. f., welche Formeln alle, wenn man den Bruch $\frac{a}{A}$ als unbedeutend vernachläſſigt, oder wenn man $a = A$ ſezt, ſich in die erſte Grundformel

$$h + l = \frac{v^2}{4g}$$

verwandeln.

§. 36.

Obiger Ausdruck $\alpha = \frac{a}{\sqrt{(2 - \frac{a}{A})}}$ giebt den Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls etwas gröſſer, als ſolcher bey kleinen Oefnungen in einer ſehr dünnen Platte, und kleiner, als derſelbe bey Oefnungen mit einer kurzen Röhre befunden wird. Da indeſſen in der Ausübung bey hydrauliſchen Anlagen dergleichen Zwiſchenöfnungen in ſehr dünnen Platten nie vorkommen, ſondern die Dicke der Scheidwände, in welchen die Oefnungen angebracht ſind, meiſt ſo beträchtlich iſt, daß durchgehends nur die Zuſammenziehung der zweyten Art ſtatt findet, ſo wird man von jenem Koeffizienten $\frac{1}{\sqrt{(2 - \frac{a}{A})}}$ deſto ſicherer allgemeinen Gebrauch machen können, da die auf ſolche Art berechnete Ausflußmenge eher zu klein als zu groß, oder die erforderliche Waſſerhöhe eher zu groß als zu klein ausfallen dürfte. Ich füge daher zur Bequemlichkeit derjenigen, welche ſich mit dergleichen Berechnungen beſchäftigen, folgende kleine Tafel bey.

Werth von $\frac{a}{A}$	Koeffizient der Oefnung $\frac{1}{\sqrt{(2 - \frac{a}{A})}}$	Werth von $\frac{a}{A}$	Koeffizient der Oefnung $\frac{1}{\sqrt{(2 - \frac{a}{A})}}$
$\frac{1}{1}$	1	$\frac{3}{10}$	0,767
$\frac{9}{10}$	0,954	$\frac{1}{4}$	0,756
$\frac{8}{10}$	0,913	$\frac{2}{10}$	0,745
$\frac{7}{10}$	0,876	$\frac{1}{10}$	0,730
$\frac{6}{10}$	0,845	$\frac{1}{12}$	0,721
$\frac{1}{2}$	0,817	$\frac{1}{16}$	0,719
$\frac{4}{10}$	0,791	$\frac{1}{20}$	0,716

Für kleinere Werthe von $\frac{a}{A}$, dergleichen aber, wenigſtens bey hydrauliſchen Maſchinen, ſelten vorkommen, nähert ſich der Koeffizient der Zuſammenziehung dem Bruche $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ immer mehr; z. B. für $\frac{a}{A} = \frac{1}{100}$ wird $\frac{1}{\sqrt{(2 - \frac{a}{A})}}$ ſchon $= 0,7088$ u. ſ. w.

Fünftes

Fünftes Kapitel.

Widerſtand der Röhrenwände und ihrer Krümmungen.

§. 37.

Wir haben bis izt nur von dem Ausfluß aus Gefäßen durch iſolirte oder mit ſehr kurzen Anſatzröhren verſehene Oefnungen gehandelt, und für dieſe treffen die im vorigen Kapitel angegebenen Formeln mit der Erfahrung ſehr gut zuſammen. Herr Boſſut hat zwar gefunden, daß die Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls vor derſelben Oefnung etwas geringer wird, je gröſſer die Höhe der darüberſtehenden Waſſerſäule iſt: doch iſt dieſe Verminderung ſo unbedeutend, daß man ſie ohne merklichen Irrthum gänzlich auſſer Acht laſſen, und die angegebenen Zuſammenziehungs-Koeffizienten als beſtändig für jeden Werth von h beybehalten kann. Allein bey Anſatzröhren von etwas beträchtlicher Länge weicht die wirkliche Ausflußmenge von der auf dieſe Art berechneten ſchon merklich ab, und man findet ſie bey einerley Waſſerhöhe, und Weite der Röhren und Ausflußmündungen deſto kleiner, je länger dieſe Röhren ſind, ihre Richtung mag nun lothrecht, horizontal oder geneigt ſeyn. Dieſe neue Verminderung der Ausflußmenge rührt nicht von einer gröſſern Zuſammenziehung des Querſchnittes der in den Röhren ſich fortbewegenden Waſſerſäule, ſondern von dem Widerſtande der Röhrenwände ſelbſt her, wodurch die Geſchwindigkeit derſelben verzögert wird. Es ſcheint aber dieſer Widerſtand nicht die Folge einer Reibung der Waſſertheilchen unter ſich, oder an den Wänden der Röhre zu ſeyn, ſondern ganz allein von der Adhäſion und Klebrigkeit des Waſſers und dem unordentlichen Anſtoſſen der Waſſerfäden herzurühren, welche in dergleichen Röhren nicht ganz parallel mit der Achſe, ſondern von einer Seite zur andern in beſtändig ſich kreuzenden Richtungen fortlaufen.*) Auch verurſacht die Rauhe

*) Man kann dieſe Bewegung in einer hölzernen etwas röſch gelegten Rinne, worin das Waſſer nur einige Zoll tief läuft, ſehr deutlich bemerken, da das Anſtoſſen und Kreutzen der Fäden auf die Art ſichtbar wird, wie ich in der 16ten Figur im Grundriß dargeſtellt habe. Auch ſchwimmt ein in dieſe Rinne geworfenes Stückchen Kork nicht in ganz gerader Linie, ſondern mit einer mehr oder minder ſchlängelnden Bewegung, fort.

Rauhe oder Glätte der Wände (nach Herrn Buats Bemerkungen) keinen Unterſchied.

§. 38.

Daß in langen Waſſerleitungen überhaupt eine ſehr beträchtliche Verzögerung oder Widerſtand ſtatt findet, iſt zwar eine jedem Empyriker längſt bekannte Thatſache, deren Erklärung auch für den Phyſiker noch ziemlich leicht war: allein die Geſetze aufzufinden, nach welchen dieſer Widerſtand erfolgt, in welchem Verhältniſſe ſolcher mit der Länge und Weite der Röhren oder Waſſerleitungen und der Geſchwindigkeit des darinn fortbewegten Waſſers ſteht, und ein allgemeines auf jeden individuellen Fall anwendbares Maaß zur Beſtimmung deſſelben anzugeben, dieß war bisher eine Aufgabe, deren Auflöſung man dem bloſſen Praktiker nicht zumuthen konnte, und die von den meiſten theoretiſchen Schriftſtellern ſorgfältig mit Stillſchweigen umgangen ward, weil der Gegenſtand durch keine Kunſtgriffe der tiefſten Analytik zu ergründen war, und eigentlich ganz auſſer dem Gebiete der Mathematik lag. Glücklicherweiſe iſt es indeſſen für die Ausübung einerley, auf welchem Wege man zum Beſitz einer nützlichen Wahrheit gelangt, und meiſtens wird der geſuchte Zweck in ſolchen Fällen weit ſicherer und kürzer durch Beobachtung und Erfahrungen erreicht, als durch die ſcharfſinnigſten Theorien, die auf willkührlich angenommene, nur gar zu oft falſche, Vorausſetzungen gebaut werden müſſen, und am Ende weiter zu nichts dienen als zu Uebungen im Rechnen. — Einigen franzöſiſchen Hydrodynamikern, vorzüglich dem Herrn Buat war in neuern Zeiten das Verdienſt vorbehalten, für dieſe in der Ausübung ſo äuſſerſt wichtige Aufgabe auf einem ganz eigenen Wege eine vollkommen befriedigende allgemeine Auflöſung zu finden, und dadurch eine der gröſten und auffallendſten Lücken in der Lehre von der Bewegung flüſſiger Körper auszufüllen. Ich verweiſe meine Leſer, die ſich von der ſinnreichen Methode, wodurch Herr Buat aus ſeinen mannigfaltigen unter allen möglichen Veränderungen angeſtellten Verſuchen (die ihn und ſeine Gehilfen 10 Jahre hintereinander beſchäftigten) eine allgemeine auf jeden Fall paſſende Formel hergeleitet hat, einen vollſtändigen Begrif machen wollen, auf das Werk deſſelben *) und

---

*) Principes d'Hydraulique verifiés par un grand nombre d'Experiences faites par ordre du Gouvernement par Mr. Du Buat Paris 1786. Der erſte Band dieſes äuſſerſt wichtigen Werkes iſt kürzlich von Herrn Profeſſor Kosmann in Berlin überſetzt erſchienen.

und theile hier nur das Reſultat ſeiner Unterſuchungen mit, in ſo ferne ſich ſolche auf Röhrenleitungen beziehen.

§. 39.

Es ſey die ganze Höhe des Gefälles vom Waſſerſpiegel im Behälter ABCD (Fig. 17.) bis zum Mittelpunkt (eigentlich zum Schwerpunkt) der Ausflußmündung a, oder ad in Zollen = H, die mittlere Geſchwindigkeit des durch a ausflieſſenden Waſſers (d. i. diejenige, welche mit dem ganzen Querſchnitt der Oefnung multiplizirt die wirkliche Ausflußmenge giebt) = v in Zollen, ſo müßte, wenn die Röhrenleitung keinen Widerſtand thäte, $v = \sqrt{478 \cdot H}$ ſeyn, (§. 31.) in ſo ferne der Werth von $\frac{a}{A}$ als unbedeutend nicht in Rechnung kömmt. Sie iſt aber wirklich kleiner, weil ein Theil der drückenden Waſſerhöhe H bloß allein auf die Ueberwindung jenes Widerſtandes verwendet werden muß, und alſo nur der Ueberreſt den wirklichen Ausfluß durch die Oefnung a bewirken kann. Nennt man daher die der beobachteten Ausflußgeſchwindigkeit v zugehörige Höhe h, und zieht dieſe von der ganzen Höhe H ab, ſo giebt der Reſt die Höhe einer Waſſerſäule, welche mit dem Widerſtand der Röhrenwände im Gleichgewicht ſteht, oder die dieſem Widerſtand zugehörige Höhe. Es ſey dieſe lezte x, ſo iſt in Pariſermaaſe

$$x = H - h$$
$$= H - \frac{v^2}{478}$$

Dieſen Theil der drückenden Waſſerhöhe, welcher ganz allein zur Ueberwindung des von den Röhrenwänden herrührenden Widerſtandes verwendet wird, auf die ganze Länge der Röhre L vertheilt, nennt Herr Buat das eingebildete Gefälle (la pente fictive) $= b = \frac{L}{x}$. Und da er gefunden hat, daß der Widerſtand, bey übrigens gleichen Umſtänden, in geradem Verhältniſſe mit der Gröſſe der vom Waſſer bedeckten Wand, und im umgekehrten Verhältniß der Gröſſe des Querſchnitts der bewegten Waſſermaſſe ſteht, ſo nennt er überhaupt den Quotienten des Querſchnitts dividirt durch den vom Waſſer berührten Umkreis der Leitung den mittlern Halbmeſſer (le rayon moyen) = r, und abſtrahirt nun aus ſeinen vielen Verſuchen folgende allgemeine Gleichung. Für die mittlere Geſchwindigkeit des durch eine gerade gleichweite Röhrenſtrecke abflieſſenden Waſſers:

$$v = \frac{297\,(\sqrt{r} - 0{,}1)}{\sqrt{b} - \text{lognat}\,\sqrt{(b + 1{,}6)}} - 0{,}3\,(\sqrt{r} - 0{,}1)$$

Bey einem zylindriſchen Rohr, deſſen Durchmeſſer d, iſt der Umkreis π d, und die Kreisfläche, oder der Querſchnitt $= \frac{1}{4} \pi d^2$, folglich $r = \frac{1}{4} d$.

Weil nun ferner $b = \frac{L}{x}$, und $x = H - \frac{v^2}{478}$, ſo iſt

$$b = \frac{L}{H - \frac{v^2}{478}}$$

daher

$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4} d}) - 0,1)}{\sqrt{\left(\frac{L}{H - \frac{v^2}{478}}\right)} - \text{lognat}\sqrt{\left(\frac{L}{H - \frac{v^2}{478}} + 1,6\right)}} - 0,3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4} d}) - 0,1)$$

Da es aber ſchlechterdings unmöglich iſt, aus dieſer Gleichung die unbekannte Gröſſe v zu entwickeln, ſo muß man auf einem andern Wege für b oder für $\frac{L}{H - \frac{v^2}{478}}$ einen gleich geltenden Ausdruck ſuchen, worinn v nicht enthalten iſt.

§. 40.

Man hat bemerkt, daß der Widerſtand der Röhrenwände, bey gleicher Weite der Röhren, beynahe in geradem Verhältniſſe mit der Länge derſelben und dem Quadrate der Geſchwindigkeit der durch ſelbe bewegten Waſſermaſſe ſteht; bey gleicher Länge und Geſchwindigkeit aber umgekehrt wie die mittlern Halbmeſſer, oder die Quotienten der Querſchnitte dividirt durch die Peripherien, d. i. umgekehrt wie die Durchmeſſer der Röhren ſich verhält. Wenn man alſo für einen Fall den Durchmeſſer der Röhre d, die Länge derſelben L, die Geſchwindigkeit des durch ſelbe bewegten Waſſers v, und die dem Widerſtand der Röhrenwände zugehörige Höhe x; für einen andern Fall den Durchmeſſer der Röhre δ, die Länge λ, die beobachtete Geſchwindigkeit u, und die Widerſtandshöhe y nennt, ſo wird ſehr nahe

$$x : y = \frac{L \cdot v^2}{d} : \frac{\lambda \cdot u^2}{\delta} = L \cdot v^2 \cdot \delta : \lambda \cdot u^2 \cdot d$$

folglich $x = y \cdot \frac{L \cdot v^2 \cdot \delta}{\lambda \cdot u^2 \cdot d}$ ſeyn.

Die

Die wirkliche Geſchwindigkeit in der Röhre L wird demnach nur noch der Höhe H — x, oder der Höhe $H - y . \frac{L . v^2 . \delta}{\lambda . u^2 . d}$ zugehören, daher

$$v = \sqrt{\left(478 \left(H - y . \frac{L . v^2 . \delta}{\lambda . u^2 . d}\right)\right)}$$

ſeyn. Hieraus folgt

$$v^2 \left(1 + 478 \, y . \frac{L . \delta}{\lambda . u^2 . d}\right) = 478 \, H$$

und

$$v = \frac{\sqrt{(478 \, H)}}{\sqrt{\left(1 + 478 . y . \frac{L . \delta}{\lambda . u^2 . d}\right)}}$$

Nun hat Herr Boſſut bey einem Gefälle von 24 Zoll, einer Röhrenlänge von 720 Zoll, und einem Durchmeſſer von 2,01 Zoll die Ausflußgeſchwindigkeit $u = 43''$ gefunden. Die dieſer Geſchwindigkeit zuſtändige Höhe ohne Röhrenleitung wäre (mit Rückſicht auf die Zuſammenziehung) $= \frac{u^2}{478} = \frac{1849}{478} = 3,84''$, folglich war hier die Höhe des Widerſtandes

$$y = 24 - 3,84 = 21,16.''$$

Dieſe Werthe von y, δ, λ und u^2 in die lezte Gleichung geſezt, geben

$$v = \sqrt{\left(\frac{478 \, H}{1 + \frac{1}{65} . \frac{L}{d}}\right)}$$

Bey einem andern von Herrn Buat angeführten Verſuche des Herrn Couplet, war bey einem Gefälle von 25 Zoll, einer Röhrenlänge von 84240 Zoll und einem Durchmeſſer von 5 Zoll die Geſchwindigkeit $u = 5,323''$. Die dieſer Geſchwindigkeit zuſtändige Höhe wäre $\frac{5,323^2}{478} = 0,0592''$, folglich hier die Höhe des Widerſtandes

$$y = 25 - 0,0592 = 24,94''.$$

Dieß giebt den Bruch $\frac{478 . y . \delta}{\lambda . u^2} = \frac{1}{40}$.

Bey einem dritten Verſuche war für ein Gefälle von 145 Zoll, $\delta = 18''$, $\lambda = 43200''$, die beobachtete Geſchwindigkeit $u = 39,159$ Zoll; die dieſer Geſchwindigkeit zuſtändige Höhe iſt $= \frac{1533}{478} = 3,2''$

Folglich

Folglich $y = 145 - 3,2 = 141,8''$.

und $478 \cdot y \cdot \frac{\delta}{\lambda \cdot u^2} = \frac{1}{54}$.

Nimmt man nun aus dieſen dreyen Verſuchen den mittlern Werth, ſo erhält man $478 \cdot y \cdot \frac{\delta}{\lambda \cdot u^2} = \frac{1}{53}$

und
$$v = \sqrt{\left(\frac{478\ H}{1 + \frac{L}{53\ d}}\right)}$$

alſo $\frac{v^2}{478} = \frac{H}{1 + \frac{L}{53\ d}}$, und dieſer Ausdruck in obige Gleichung für b (§. 39.) geſezt, giebt

$$b = \frac{L}{H - \frac{H}{1 + \frac{L}{53\ d}}}$$
$$= \frac{L + 53\ d}{H}$$

Folglich
$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\ d} - 0,1)}{\sqrt{\left(\frac{L + 53\ d}{H}\right)} - \text{lognat}\sqrt{\left(\frac{L + 53\ d}{H} + 1,6\right)} - 0,3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\ d} - 0,1)}$$

Der auf dieſe Art gefundene Werth von v giebt die mittlere Geſchwindigkeit des durch die Röhre abflieſſenden Waſſers ſchon ziemlich genau für die meiſten Fälle in der Ausübung, wo es eben auf die gröſte Schärfe nicht ankömmt. Will man ſolche aber noch genauer beſtimmen, ſo darf man nur die durch dieſe lezte Formel gefundene Zahl für v in den Ausdruck $b = \frac{L}{H - \frac{v^2}{478}}$ ſetzen, und nun v noch einmal nach der erſten Formel (§. 39.) ſuchen. Es ſey z. B. die zulezt gefundene Zahl $= \beta$, ſo erhält man, ſo genau als möglich,

$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\ d} - 0,1)}{\sqrt{\left(\frac{L}{H - \frac{\beta^2}{478}}\right)} - \text{logn.}\sqrt{\left(\frac{L}{H - \frac{\beta^2}{478}} + 1,6\right)} - 0,3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\ d} - 0,1)}$$

wo ſich alles auf Pariſermaaß bezieht.

§. 41.

Bisher war die Rede nur von geraden Röhrenleitungen, welche ohne Büge und Krümmungen in einer Richtung fortgeführt werden, und nur für ſolche gilt die lezte Gleichung von v. Bey Röhrenſtrecken, welche Krümmungen haben (ſie mögen horizontal oder lothrecht ſeyn) entſteht für jede Krümmung ein neuer Widerſtand, der deſto beträchtlicher iſt, je mehr die Beugung von der geraden Linie abweicht (d. i. je gröſſer der Anſtoßwinkel iſt) *) und je ſchneller das Waſſer in dem Rohre bewegt wird. Heißt der Sinus des Anſtoßwinkels s, die Geſchwindigkeit des Waſſers in der Röhre v in Zollen, ſo iſt nach Herrn Buats Beobachtungen dieſer Widerſtand dem Druck einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe $= \frac{v^2 . s^2}{3000}$ Pariſerzolle. Sind mehrere auf einander folgende Beugungen von verſchiedenen Winkeln in derſelben Röhrenſtrecke, ſo wird dieſe Widerſtandshöhe $= \frac{v^2 . S^2}{3000}$, wenn man unter S^2 die Summe von den Quadraten der Sinuſſe der verſchiedenen Anſtoßwinkel verſteht. Hierbey wird aber noch vorausgeſezt, daß kein Anſtoßwinkel über 30° betrage, und die Wendungen nicht unter einem ſcharfen Winkel, ſondern ganz krummlinicht in die Ründe geführt werden, indem widrigenfalls der hievon herrührende Widerſtand ungleich beträchtlicher ausfällt. Bey einer Röhrenleitung mit dergleichen Wendungen wird demnach

$$b = \frac{L}{H - \frac{v^2}{478} - \frac{v^2 . S^2}{3000}}$$

$$= \frac{L}{H - \frac{v^2}{478}\left(1 + 0{,}159\, S^2\right)}$$

$$= \frac{L\,(L + 53\, d)}{H\left(L - 8{,}427\, S^2 . d\right)}$$

Folglich

*) Um den Anſtoßwinkel, von dem hier die Rede iſt, zu beſtimmen, muß man den Beugungswinkel abc (Fig. 18.) d. i. denjenigen, welchen die Achſen der beyden Röhrenſchenkel im Buge einſchlieſſen, durch eine auf den Punkt b, wo ſich die verlängerten Achſen treffen, gezogene Linie fb in zwey gleiche Theile abf und cbf theilen, da dann der Winkel abd, welcher mit abf einen rechten bildet, der Anſtoßwinkel iſt. Wenn man daher den Beugungswinkel allgemein α, den Anſtoßwinkel x nennt, ſo iſt allgemein $x = 90 - \frac{1}{2}\alpha$; z. B. für $\alpha = 120°$ iſt $x = 30°$.

Folglich

$$v = \frac{297\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1)}{\sqrt{\left(\frac{L\,(L + 53\,d)}{H\,(L - 8{,}427 . S^2\,d}\right)} - \text{logn.}\,\sqrt{\left(\frac{L\,(L + 53\,d)}{H\,(L - 8{,}427\,S^2\,d} + 1{,}6\right)}}$$

$$- 0{,}3\,(\sqrt{\tfrac{1}{4}\,d} - 0{,}1).$$

§. 42.

In Fällen, wo eben nicht die größte Genauigkeit erfordert wird, kann man ſich zur Beſtimmung der mittlern Geſchwindigkeit auch wohl der kürzern Formel (§. 40.)

$$v = \sqrt{\left(\frac{478 . H}{1 + \frac{L}{53\,d}}\right)}$$

und, mit Rückſicht auf Beugungen,

$$v = \frac{\sqrt{(478\,H)}}{\sqrt{\left(1 + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)}}$$

bedienen, woraus dann

$$H = \frac{v^2}{478}\left(1 + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

ſich ergiebt, wenn alle Gröſſen in Zollen nach Pariſermaaße ausgedrückt ſind.

§. 43.

Da bey allen bisher angeführten Verſuchen der Herren Boſſut und Buat das Verhältniß der Weite des Behälters gegen die Weite der angeſezten Röhre ſehr beträchtlich war, ſo gelten die lezten Formeln eigentlich auch nur für ſolche Fälle, wo $\frac{a}{A}$ als ein ganz unbedeutender Bruch in der Rechnung vernachläſſigt werden darf; Sonſt wird richtiger

$$H = \frac{v^2}{478}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

oder,

oder, wenn man ſich des im vorigen Kapitel feſtgeſezten allgemeinen Zuſammenziehungskoeffizienten $\frac{1}{\sqrt{(2-\frac{a}{A})}}$ bedient, und durch v die wirkliche Geſchwindigkeit des aus der Mündung der Röhre ſtrömenden Waſſers ausdrückt,

$$H = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2(2-\frac{a}{A})} - \frac{a^3}{A^3(2-\frac{a}{A})^{\frac{3}{2}}} + \frac{L}{53\,d} + \frac{S^2}{3000}\right)$$

vorausgeſezt, daß die Röhre durchaus gleich weit, und am Ende ganz offen ſey.

§. 44.

Wenn daher bey einem beſtändig voll erhaltenen Gefäße oder Behälter, der Querſchnitt deſſelben = ... A,
Die Weite der Bodenöfnung oder der Anſatzmündung = . . φ,
Die Weite der angeſezten Röhre = ... W,
Der Durchmeſſer derſelben = ... D,
Die Weite der Röhrenmündung oder Ausflußöfnung = ... a,
Die ganze Länge der Röhre = ... L,
Die ganze Druckhöhe vom Waſſerſpiegel im Behälter bis zur Ausflußöfnung = H,
Die Summe von den Quadraten der Sinuſſe der verſchiedenen Anſtoßwinkel = S^2,
Die wirkliche Geſchwindigkeit des durch die Mündung a ausſtrömenden Waſſerſtrahls = ... v iſt,

ſo hat man allgemein, mit Rückſicht auf die verſchiedenen Zuſammenziehungen, auf den Widerſtand der Röhrenwände und ihrer Krümmungen, (nach §. 21 und §. 35.)

$$H = \frac{v^2}{4g} \cdot \left[1 + \frac{\frac{a^2}{\varphi^2}\left(2-\frac{\varphi}{W}\right) + \frac{a^2}{A^2} + \frac{a^2}{W^2}\left(1 + \frac{L}{53\,D} + \frac{S^2}{3000}\right)}{2-\frac{a}{W}} - \frac{\frac{\varphi}{\sqrt{(2-\frac{\varphi}{W})}} \cdot \left(\frac{a^2}{A^3} + \frac{a^2}{W^3}\right) - \frac{a^2}{W^3\sqrt{(2-\frac{a}{W})}}}{2-\frac{a}{W}}\right]$$

Sezt

Sezt man Kürze halber den ganzen zwiſchen den Klammern eingeſchloſſenen Koeffizienten = B, ſo iſt

$$H = \frac{v^2}{4g} \cdot B$$

$$v = \frac{2 \sqrt{g H)}}{\sqrt{B}}$$

und die in einer Sekunde ausſtrömende Waſſermenge

$$Q = \frac{a \cdot v}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{W}\right)}} = \frac{2 a \sqrt{gH)}}{\sqrt{B} \cdot \sqrt{\left(2 - \frac{a}{W}\right)}}$$

Folglich $$H = \frac{Q^2 \cdot B \left(2 - \frac{a}{W}\right)}{4g \cdot a^2}$$

Sechſtes

Sechſtes Kapitel.

Allgemeine Beſtimmung der Kraft, welche erfordert wird, Waſſer in Gefäßen und Röhren mit einer gegebenen Geſchwindigkeit aufwärts zu bewegen.

§. 45.

Aufgabe. In dem lothrechten hohlen Zylinder bcde (Fig. 19.) welcher unten offen, oben mit einem Deckel verſchloſſen iſt, worinn ſich eine Oefnung von der Weite a befindet, ſteckt eine bewegliche genau anpaſſende Scheibe mn; der ganze Raum zwiſchen der Scheibe und dem Deckel iſt mit Waſſer angefüllt; man ſucht die Kraft P, welche für den Beharrungsſtand erfordert wird, die Scheibe mn mit einer gegebenen Geſchwindigkeit C aufwärts zu ſchieben.

Aufloͤſung. Es ſey die Hoͤhe, welche der Geſchwindigkeit des durch a ausſtroͤmenden Waſſers zugehoͤrt, $= x$, die Ruͤckwirkung der Flaͤche be $= R$, die Hoͤhe mb $= l$, die Hoͤhe einer Waſſerſaͤule, deren Druck dem Widerſtand der Roͤhrenwand in bmne gleich iſt, $= z$, ſo muß

$$P = Al + R + ax + Az$$

ſeyn. Es iſt aber $R = \left(A - a\right)\left(x + \frac{C^2}{4g}\right)$ (§. 7.)

daher

$$P = Al + Ax + \frac{C^2}{4g}\left(A - a\right) + Az. \quad (\mathfrak{h})$$

Sezt

Sezt man P dem Gewicht einer Waſſerſäule gleich, deren Grundfläche A und Höhe η iſt, ſo wird $P = A\eta$, und

$$\eta = \frac{P}{A} = 1 + x + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{A}\right) + z.$$

Heißt die Geſchwindigkeit des durch die Oefnung a ausſtrömenden Waſſers wieder v, ſo iſt

$$x = \frac{v^2}{4g} = \frac{C^2}{4g} \cdot \frac{A^2}{a^2}$$

Folglich

$$\eta = 1 + \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}\right) + z.$$

Weil nun allgemein $z = \frac{C^2}{4g} \cdot \frac{L}{53 \cdot D}$ iſt, (§. 40.) wenn L die Länge, und D den Durchmeſſer der Röhre anzeigt, und hier $L = 1$ iſt, ſo wird

$$\eta = 1 + \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A} + \frac{1}{53 \cdot D}\right)$$

wo unter a nicht die ganze Weite der Oefnung, ſondern der Querſchnitt des zuſammengezogenen Waſſerſtrahls $\frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$ zu verſtehen iſt. Man hat demnach genauer

$$\eta = 1 + \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{2A^2 - Aa}{a^2} - \frac{a}{\sqrt{(2A^2 - Aa)}} + \frac{1}{53 \cdot D}\right)$$

§. 46.

Aufgabe. Der lothrechte Zylinder bcde (Fig. 20.) in deſſen Boden cd eine Oefnung von der Weite a ſich befindet, ſteht unten in einer unbegränzten Waſſerfläche ss. Der ganze Raum zwiſchen der beweglichen Scheibe mn und dem Boden iſt mit Waſſer ausgefüllt; man ſucht die Kraft P, welche für den Beharrungsſtand erfordert wird, dieſe Scheibe mit der Geſchwindigkeit C aufwärts zu ziehen.

Auf-

Aufloͤſung. Bekanntermaſſen iſt im Stande der Ruhe oder des Gleichgewichtes der Druck der Atmosphaͤre, welchen die Scheibe m n von oben, oder die Suktion, welche ſie von unten leidet, dem Gewichte der Waſſerſaͤule m c d n gleich. Allein wenn eine wirkliche Bewegung erfolgen, und das Waſſer der Scheibe in jedem Augenblicke nachfolgen ſoll, ſo muß ſolches durch die Oefnung a mit einer Geſchwindigkeit $v = C \cdot \frac{A}{a}$ eindringen. Die Zuruͤckwirkung, welche dieſer eindringende Waſſerſtrahl auf die Flaͤche a ausuͤbt, muß von dem Druck der Atmosphaͤre von unten uͤberwunden werden, und hieraus entſteht eine neue Preſſung auf die Flaͤche m n von oben, oder eine vermehrte Suktion von unten. Man kann ſich nun die Sache ſo vorſtellen, als ob die Bodenflaͤche c d ſelbſt eine Kraft beſaͤſſe, die von der Scheibe m n aufwaͤrts gezogene Waſſerſaͤule m c d n an ſich zu halten, und dieſe Kraft auf dem Querſchnitt der Oefnung $= a x$, auf der uͤbrigen Flaͤche des Bodens $= S$ ſetzen; heißt m c oder die lothrechte Hoͤhe der Waſſerſaͤule l, ſo wird

$$P = ax + S + Al.$$

Es iſt aber $S = (A - a)\left(x + \frac{C^2}{4g}\right)$ weil ſich die horizontalen Schichten der Waſſermaſſe m c d n mit der Geſchwindigkeit C von der Flaͤche $A - a$ entfernen, folglich

$$P = Ax + \frac{C^2}{4g}\left(A - a\right) + Al.$$

und weil $x = \frac{v^2}{4g} = \frac{C^2}{4g} \cdot \frac{A^2}{a^2}$ iſt,

$$P = \frac{C^2}{4g}\left(\frac{A^3}{a^2} + A - a\right) + Al.$$

Sezt man P = dem Gewichte einer Waſſerſaͤule von der Grundflaͤche A und Hoͤhe η, ſo ergiebt ſich

$$\eta = \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}\right) + l,$$

und

und wenn man wieder auf die Zuſammenziehung des durch die Oefnung a eindringenden Waſſerſtrahls, und den von der Adhäſion in der Röhre mcdn herrührenden Widerſtand Rückſicht nimmt,

$$y = l + \frac{c^2}{4g}\left(1 + \frac{2A^2 - aA}{a^2} - \frac{a}{\sqrt{(2A^2 - aA)}} + \frac{l}{53D}\right)$$

dieſelbe Formel, welche wir für den Widerſtand im vorhergehenden §. Fig. 19 gefunden haben. Woraus erhellet, daß es in Rückſicht auf die bewegende Kraft völlig einerley ſey, ob eine Waſſerſäule von beſtimmter Höhe mit einer beſtimmten Geſchwindigkeit durch bloſſen Druck eines Kolben aufwärts geſchoben, oder, vermöge des Einfluſſes der Atmosphäre, in die Höhe gezogen oder geſaugt werde.

§. 47.

Aufgabe. Ueber dem Deckel des Zylinders ABCD, (Fig. 21.) in deſſen Mitte eine Oefnung von der Weite a ſich befindet, iſt ein anderer Zylinder oder Rohr bcde lothrecht angebracht. Das Waſſer füllt den Zylinder ABCD bis an die in demſelben ſteckende bewegliche Scheibe mn aus, und ſteht im Rohr bcde bis an ff auf die Höhe fc = l; die Weite des untern Zylinders iſt A, des Rohres W, die Höhe bm = h. Man ſucht die Kraft P, welche von unten auf die Scheibe wirken muß, um ſolche mit der Geſchwindigkeit c aufwärts zu drücken.

Auflöſung. Die Geſchwindigkeit des durch a ſtrömenden Waſſers ſey, im Beharrungsſtande, = v, der im Rohre bcde ſteigenden Waſſerſchichten = u, ſo würde, wenn das Steigen derſelben bloß durch Suktion von oben, z. B. durch eine auf ff angebrachte aufwärts gezogene dichte Scheibe bewirkt werden ſollte, hiezu eine Kraft p erfordert, (gemäß §. 46.)

$$p = a \cdot \frac{v^2}{4g} + S + Wl$$

$$= a \cdot \frac{v^2}{4g} + \left(W - a\right)\left(\frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}\right) + Wl$$

$$= W \cdot \frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}\left(W - a\right) + Wl.$$

Würde aber die Fläche der Oefnung a ſchon von unten aufwärts durch eine Kraft gedrückt, die dem Gewicht einer Waſſerſäule von der Höhe y gleich wäre, ſo müßte ſtatt $\frac{v^2}{4g}$ nunmehr $\frac{v^2}{4g} - y$ geſezt werden, und man hätte

$$p = W\left(\frac{v^2}{4g} - y\right) + \frac{u^2}{4g}\left(W - a\right) + Wl$$

alſo

$$Wy = W \cdot \frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}\left(W - a\right) + Wl - p,$$

Und, wenn $p = o$, wie hier der Fall iſt,

$$y = \frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{W}\right) + l$$

Es iſt aber $v = c \cdot \frac{A}{a}$, und $u = c \cdot \frac{A}{W}$, daher

$$y = \frac{c^2}{4g}\left(\frac{A^2}{a^2} + \frac{A^2}{W^2} - \frac{A^2 a}{W^3}\right) + l,$$

Oder, wenn man auch mit auf den Widerſtand der Röhrenwände Rückſicht nimmt, und δ der Durchmeſſer der Röhre b e iſt,

$$y = \frac{c^2}{4g}\left(\frac{A^2}{a^2} + \frac{A^2}{W^2} - \frac{A^2 a}{W^3} + \frac{A^2 \cdot l}{W^2 \cdot 53\delta}\right) + l.$$

Dieſes y iſt nun der eigentliche Gegendruck auf die Oefnung a, und eben das, was (§. 45.) x war. Wenn man demnach in der dortigen Gleichung für P (h) h ſtatt l und y ſtatt x ſezt, ſo wird

$$P = Ah + Ay + \frac{c^2}{4g}\left(A - a\right) + Az,$$

und wenn wieder $P = A\eta$ iſt,

$$\eta = h + y + \frac{c^2}{4g}\left(1 - \frac{a}{A}\right) + z$$

= h

$$=h+l+\frac{c^2}{4g}\left(\frac{A^2}{a^2}+\frac{A^2}{W^2}-\frac{A^2a}{W^3}+\frac{A^2.l}{W^2.53\delta}\right)+\frac{c^2}{4g}\left(1-\frac{a}{A}\right)+z$$

$$=h+l+\frac{c^2}{4g}\left[1+\frac{A^2}{a^2}+\frac{A^2}{W^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}\right)-\frac{A^2.a}{W^3}-\frac{a}{A}\right]+z.$$

Heißt des Zylinders ABCD Durchmeſſer D, ſo iſt $z=\frac{c^2}{4g}\cdot\frac{h}{53D}$, mithin

$$\eta=h+l+\frac{c^2}{4g}\left[1+\frac{h}{53D}+\frac{A^2}{a^2}+\frac{A^2}{W^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}\right)-\frac{A^2a}{W^3}-\frac{a}{A}\right]$$

Wobey, wegen der Zuſammenziehung, ſtatt a eigentlich $\frac{a}{\sqrt{\left(2-\frac{a}{A}\right)}}$ geſezt werden muß.

§. 48.

Für den Fall, daß a = W, verwandelt ſich die lezte Gleichung in

$$\eta=h+l+\frac{c^2}{4g}\left[1+\frac{h}{53D}+\frac{A^2}{W^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}\right)-\frac{W}{A}\right]$$

Dabey iſt aber, wegen der Zuſammenziehung, welche das Waſſer beym Eintritt in die Röhre leidet, $\frac{W}{\sqrt{\left(2-\frac{A}{W}\right)}}$ ſtatt W zu ſetzen.

§. 49.

Wenn oben auf der Waſſerfläche ff (Fig. 21.) noch eine Preſſung Q angebracht wäre, ſo hätte man

$$\eta=h+l+\frac{c^2}{4g}\left[1+\frac{h}{53D}+\frac{A^2}{a^2}+\frac{A^2}{W^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}\right)-\frac{A^2a}{W^3}-\frac{a}{A}\right]+\frac{Q}{W}$$

und

und die Laſt Q würde mit der Geſchwindigkeit $u = c \cdot \frac{A}{W}$ gehoben.

Nun ſey (Fig. 22.) der Zylinder bcde oben mit einem Deckel be verſchloſſen, durch deſſen Oefnung φ das Waſſer während Bewegung des Kolben mn ausſtrömen muß, ſo iſt, wenn die Reaktion der Fläche be = R, und die der Ausſtrömungsgeſchwindigkeit durch φ zuſtändige Höhe = x iſt, der neu hinzu kommende Widerſtand

$$Q = R + \varphi x - W \cdot \frac{u^2}{4g},$$

weil die Waſſermaſſe Wl ſchon mit der Geſchwindigkeit u ſteigt, folglich zur Erzeugung dieſer Geſchwindigkeit keine neue Kraft nöthig iſt.

Da nun $R = \left(W - \varphi\right)\left(x + \frac{u^2}{4g}\right)$ iſt, ſo wird

$$Q = \varphi x + \left(W - \varphi\right)\left(x + \frac{u^2}{4g}\right) - W \cdot \frac{u^2}{4g}$$

$$= Wx - \varphi \cdot \frac{u^2}{4g},$$

und $\frac{Q}{W} = x - \frac{\varphi}{W} \cdot \frac{u^2}{4g}$.

Heißt die Ausſtrömungsgeſchwindigkeit durch φ wieder v, ſo iſt $x = \frac{v^2}{4g}$ und $\frac{u^2}{4g} = \frac{v^2}{4g} \cdot \frac{\varphi^2}{W^2}$,

daher

$$\frac{Q}{W} = \frac{v^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi^3}{W^3}\right)$$

und, weil jezt $v = c \cdot \frac{A}{\varphi}$ iſt,

$$\frac{Q}{W} = \frac{c^2}{4g}\left(\frac{A^2}{\varphi^2} - \frac{A^2 \cdot \varphi}{W^3}\right)$$

welcher Werth in die erſte Gleichung ſtatt $\frac{Q}{W}$ geſezt, endlich

η =

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g}\Big[1 + \frac{h}{53\,D} + \frac{A^2}{a^2} + \frac{A^2}{W^2}\Big(1 + \frac{l}{53\,\delta}\Big) + \frac{A^2}{\varphi^2} - \frac{A^2\varphi}{W^3} - \frac{A^2 a}{W^3} - \frac{a}{A}\Big]$$

giebt, wobey jedoch, wegen den Zuſammenziehungen in den Oefnungen a und φ, $\frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$ ſtatt a, und $\frac{\varphi}{\sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{W}\right)}}$ ſtatt φ geſezt werden muß.

§. 50.

Sezt man $W = a = A$, ſo wird aus der lezten Gleichung

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g}\Big(1 + \frac{A^2}{\varphi^2} - \frac{\varphi}{A} + \frac{h + l}{53\,D}\Big)$$

dieſelbe Gleichung, welche wir §. 45. für dieſen Fall gefunden haben, da l ſtatt h + l, und a ſtatt φ angenommen ward.

Sezt man auch $\varphi = A$, und die ganze Waſſerhöhe = h ſtatt h + l, und vernachläſſigt den Widerſtand der Röhrenwand, ſo ergiebt ſich

$$\eta = h + \frac{c^2}{4g},$$

alſo

$$P = A\Big(h + \frac{c^2}{4g}\Big)$$

wie ſchon im erſten Kapitel (§. 5.) für dieſen Fall erwieſen worden iſt.

§. 51.

Aufgabe. Es ſey die Weite des Zylinders rstu (Fig. 23.) = W, ſeine Höhe rs = i, die Weite der Oefnung in ſeinem Boden = φ, die Höhe der daran lothrecht befeſtigten Röhre fi = l, ihre Weite ω, endlich die Weite des Gefäßes oder Zylinders ABCD = A, die Höhe Am = h. Man ſucht die Kraft P, mit welcher die bewegliche Scheibe mn aufwärts geſchoben werden muß, damit das Waſſer in dem oberſten Zylinder rstu mit der Geſchwindigkeit C ſteige und aus ru trette.

Auf-

Auflöſung. Die Geſchwindigkeit des durch φ eindringenden Waſſers ſey v, ſo iſt, wenn dieſes durch bloſſes Saugen von oben bewirkt werden ſollte, die Suktion der Oefnung $= \varphi . \frac{v^2}{4g}$, die Suktion der Fläche s t oder $S = (W - \varphi)\left(\frac{v^2}{4g} + \frac{C^2}{4g}\right)$.

Dieſe beyden Suktionen hätte demnach eine auf r u angebrachte dichte Scheibe, nebſt dem Gewichte der Waſſerſäule W.i zu überwinden, und es wäre die hiezu erforderliche Kraft

$$Q = S + \varphi . \frac{v^2}{4g} + W . i$$

$$= \left(W - \varphi\right)\left(\frac{v^2}{4g} + \frac{C^2}{4g}\right) + \varphi . \frac{v^2}{4g} + W i$$

$$= W . \frac{v^2}{4g} + \frac{C^2}{4g}\left(W - \varphi\right) + W i .$$

Wirkt aber von unten aufwärts gegen die Fläche φ ſchon ein Druck von der Höhe y entgegen, ſo muß $\frac{v^2}{4g} - y$ ſtatt $\frac{v^2}{4g}$ geſezt werden, und man erhält

$$Q = W\left(\frac{v^2}{4g} - y\right) + \frac{C^2}{4g}\left(W - \varphi\right) + W i$$

$$\text{alſo } y = \frac{v^2}{4g} + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right) + i + \frac{Q}{W}$$

und, wenn $Q = 0$, wie hier der Fall iſt,

$$y = \frac{v^2}{4g} + \frac{C^2}{4g}\left(1 - \frac{\varphi}{W}\right) + i$$

Es iſt aber $v = C . \frac{\varphi}{W}$, daher

$$y = \frac{C^2}{4g}\left(1 + \frac{W^2}{\varphi^2} - \frac{\varphi}{W}\right) + i .$$

Da nun dieſes y die eigentliche Höhe der Gegenwirkung iſt, welche der durch die Oefnung φ von unten eindringende Waſſerſtrahl nebſt der im Gefäße

rstu befindlichen Waſſermaſſe auf die Fläche der Oefnung φ ausübt, ſo iſt daſſelbe in Rückſicht auf die Kraft P eben das, was im 49. §. Fig. 22. da das Waſſer durch φ ausſtrömte, die Reaktion des Waſſerſtrahls war, und mit x benennt wurde. Wenn man daher in der dortigen erſten Formel für η den zwiſchen den Klammern eingeſchloſſenen Koeffizienten von $\frac{c^2}{4g}$ Kürze halber B nennt, und ω ſtatt W ſezt, ſo wird

$$\eta = h + l + \frac{c^2}{4g} \cdot B + \frac{Q}{\omega}$$

$$= h + l + \frac{c^2}{4g} \cdot B + y - \frac{\varphi}{\omega} \cdot \frac{u^2}{4g}$$

Nun iſt aber das dortige c die Geſchwindigkeit, mit der die im unterſten Gefäße ABCD befindliche Waſſermaſſe ſich bewegt, und u die Geſchwindigkeit in der Röhre bcde, mithin $c = C \cdot \frac{W}{A}$, und $u = C \cdot \frac{W}{\omega}$.

Folglich

$$\eta = h + l + \frac{C^2}{4g} \cdot \frac{W^2}{A^2} \cdot B + y - \frac{C^2}{4g} \cdot \frac{W^2 \varphi}{\omega^3}.$$

Sezt man in dieſe Gleichung obigen Werth von B (§. 49.) mit Veränderung des Buchſtaben W in ω, und den lezt gefundenen Werth von y, ſo ergiebt ſich endlich

$$\eta = h + l + i$$
$$+ \frac{C^2}{4g} \left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{l}{53\,\delta} \right) + \frac{W^2}{A^2} \left(1 + \frac{h}{53\,D} \right) - \frac{W^2 \varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3} \right]$$

Nennt man die ganze Waſſerhöhe $h + l + i = H$, und ſezt den von der Adhäſion des Waſſers entſtehenden Widerſtand im obern und untern Gefäße als unbedeutend bey Seite, ſo wird

$$\eta = H + \frac{C^2}{4g} \left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{l}{53\,\delta} \right) + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2 \varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3} \right]$$

wobey

wobey wieder zu bemerken iſt, daß, wegen der Zuſammenziehung, $\frac{\varphi}{\sqrt{\left(2-\frac{\varphi}{\omega}\right)}}$ ſtatt φ; $\frac{a}{\sqrt{\left(2-\frac{a}{A}\right)}}$ ſtatt a geſezt werden muß.

§. 52.

Aufgabe. Unter dem lothrechten Zylinder MNOR (Fig. 24.) deſſen Weite W und Bodenöfnung φ, iſt ein Rohr bcde von geringerer Weite ω, und Länge l angeſezt; dieſes Rohr, welches unten eine Oefnung von der Weite a hat, ſteht in einem bis ss mit Waſſer angefüllten prismatiſchen Gefäße ABCD, deſſen Weite = A iſt. Man ſucht die Kraft P, welche, für den Beharrungsſtand, erfordert wird, die bewegliche Scheibe mn im obern Zylinder mit der Geſchwindigkeit c aufwärts zu ziehen, vorausgeſezt, daß das ganze Rohr bcde und der Zylinder bis an die Scheibe mn beym Anfange der Bewegung ſchon mit Waſſer ausgefüllt ſey.

Auflöſung. Wenn die Höhe einer Waſſerſäule, welche mit dem Druck der Atmoſphäre im Gleichgewicht ſteht, k, und die ganze Waſſerhöhe von der Scheibe mn bis zum Waſſerſpiegel ss im unterſten Gefäße H heißt, ſo iſt der Druck, welchen die Scheibe von oben leidet, im Stande der Ruhe, = W. k; von unten hingegen drückt die Atmoſphäre nur noch mit dem Unterſchiede k — H auf dieſe Scheibe, weil ein Theil ihres Druckes von dem Gegendruck der Waſſerſäule H, welche ſie trägt, getilgt wird. In dieſem Zuſtande bleibt daher der eigentliche Druck, welchen die Scheibe mn niederwärts leidet

$$P = W k - W (k - H) = W H,$$

und $$\eta = \frac{P}{W} = H.$$

Wenn aber eine wirkliche Bewegung erfolgen, und das Waſſer der mit der Geſchwindigkeit c ſteigenden Scheibe in jedem Augenblicke folgen ſollte, ſo muß ſich daſſelbe zugleich durch die Querſchnitte A, a, ω, φ und W mit eben ſo viel verſchiedenen Geſchwindigkeiten bewegen, und da jede dieſer Bewegungen neue Kraft erfordert, und dieſe Kraft nur von dem Druck der Atmoſphäre auf die Waſſerfläche ss herkom-

herkommen kann, ſo begreift man vorläufig, daß der Ueberreſt des Druckes, welchen die Luft durch das Medium des Waſſers gegen die untere Fläche der Scheibe, während ihrer Bewegung, ausübt, jezt noch kleiner als k — H, folglich der Druck von oben, oder η auch $>$ H ſeyn müſſe.

Man kann die Sache nun ſo betrachten, als ob der Druck der Atmosphäre auf die Waſſerfläche ss die eigentliche Kraft wäre, und hienächſt die Laſt Q beſtimmen, mit welcher die Scheibe mn in der Höhe H von dieſer Kraft noch mit der gegebenen Geſchwindigkeit gehoben werden könnte. So ergiebt ſich

$$\frac{Q}{W} = k - H - \frac{c^2}{4g} \cdot B$$

wenn B den oben beſtimmten Koeffizienten (§. 51.) anzeigt. Schreibt man z ſtatt $\frac{Q}{W}$, und ſubſtituirt den im lezten § für eben dieſen Fall berechneten Ausdruck von B, ſo erhält man

$$z = k - H - \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{1}{53\,\delta}\right) + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3}\right]$$

und man hat nunmehr

$$\eta = k - z = k - k + H + \frac{c^2}{4g} \cdot B = H + \frac{c^2}{4g} \cdot B =$$

$$\frac{P}{W} = H + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{1}{53\,\delta}\right) + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3}\right]$$

wobey, wegen der Zuſammenziehung in den Oefnungen a und φ wieder $\frac{a}{\sqrt{\left(2 - \frac{a}{A}\right)}}$ für a, und $\frac{\varphi}{\sqrt{\left(2 - \frac{\varphi}{\omega}\right)}}$ für φ geſezt werden muß, und von A eigentlich der ganze Querſchnitt des Rohres rr abzuziehen iſt.

Siebentes Kapitel.

Geſetze der Beſchleunigung der in Gefäßen ſich bewegenden, und durch Oefnungen und Röhren ausflieſſenden Waſſermaſſen.

§. 53.

Das bisher Vorgetragene bezieht ſich eigentlich nur auf den Beharrungsſtand der Bewegung flüſſiger Maſſen, indem wir auf den Widerſtand der Trägheit und die Beſchleunigung der Geſchwindigkeiten noch keine Rückſicht nahmen. Weil aber bey jeder anfangenden Bewegung die Geſchwindigkeit, welche im erſten Augenblicke = o iſt, eine gewiſſe Zeit lang beſtändig zunimmt, und nicht eher gleichförmig wird, als bis ſich die bewegende Kraft mit der bewegten Laſt in ein vollkommenes Gleichgewicht geſezt hat, ſo wollen wir die allgemeinen mechaniſchen Lehren von der Beſchleunigung der Kräfte hier auch auf die Bewegung flüſſiger Maſſen anwenden, und mit dem einfachſten aller Fälle den Anfang machen.

§. 54.

Aufgabe. Das mit Waſſer angefüllte prismatiſche oder zylindriſche Gefäß ABCD (Fig. 5.) hat in ſeinem Boden ein Loch von der Weite a, welches plötzlich geöfnet wird. Man ſucht die Beſchleunigung der Maſſe mBCn, vorausgeſezt, daß die Waſſerhöhe über dem Boden beſtändig gleich = h erhalten werde.

Auflöſung. Wenn die Weite des Gefäßes A iſt, ſo kann man Ah als eine beſtändige Kraft, und die Reaktion der Bodenfläche BC nebſt der Rückwirkung des durch die Oefnung ausſtrömenden Waſſerſtrahls als Widerſtand betrachten. Wenn man daher für dieſe Gröſſen die im zweyten Kapitel angenommenen Benennungen beybehält, und die natürliche Beſchleunigung der Schwere g, die Beſchleu-

Beſchleunigung der Maſſe Ah aber = f ſezt, ſo iſt nach den Lehren der Mechanik

$$f = g . \frac{Ah - (R + ax)}{Ah}$$

Es iſt aber $R + ax = A . x \left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} \right)$

$$= A . \frac{v^2}{4g} \left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} \right) \text{(§. 7.)}$$

wenn v die Geſchwindigkeit des durch a flieſſenden Waſſers iſt, daher

$$f = g . \left(\frac{h - \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)}{h} \right)$$

$$= g . \left(1 - \frac{v^2}{4gh}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)\right)$$

Soll die Bewegung gleichförmig werden, ſo muß demnach f verſchwinden, folglich

$$1 - \frac{v^2}{4gh}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right) = 0$$

werden; und dann iſt

$$h = \frac{v^2}{4g}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right).$$

§. 55.

Aufgabe. Man ſucht unter den angenommenen Bedingungen die Zeit t, in welcher die Bewegung der Maſſe Ah, oder die Geſchwindigkeit v des durch die Oefnung auslaufenden Waſſers gleichförmig wird.

Auflöſung. Wenn man ſich der allgemeinen mechaniſchen Formel $c = 2gt$ bedient, ſo iſt für den gegenwärtigen Fall

$$c = 2ft.$$

Drückt

Drückt nun dc diejenige Geſchwindigkeit aus, welche die Maſſe Ah in dem Zeitelemente dt wirklich erhält, ſo findet man

$$dc = 2f \,.\, dt$$

$$= 2g\left(1 - \frac{v^2}{4gh}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)\right)dt$$

und

$$dt = \frac{dc}{2g\left(1 - \frac{v^2}{4gh}\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3}\right)\right)}$$

oder, weil $v = c \,.\, \frac{A}{a}$ iſt,

$$dt = \frac{dc}{2g\left(1 - \frac{c^2}{4gh}\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}\right)\right)}$$

$$= \frac{2h \,.\, dc}{4gh - c^2\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}\right)}$$

Nennt man den Koeffizienten $1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}$ Kürze halber B, ſo iſt

$$dt = \frac{2\frac{h}{B} \,.\, dc}{4g\frac{h}{B} - c^2}$$

$$= 2\frac{h}{B} \,.\, dc\left(\frac{1}{4g\frac{h}{B} - c^2}\right)$$

Da nun der Bruch $\frac{1}{4g\frac{h}{B} - c^2}$ aus den zweyen Gliedern $\frac{1}{\sqrt{4g\frac{h}{B}} + c}$ und $\frac{1}{\sqrt{4g\frac{h}{B}} - c}$, beyde mit dem gemeinſchaftlichen Faktor $\frac{1}{2\sqrt{\left(4g\frac{h}{B}\right)}}$ multiplizirt, beſteht, ſo läßt ſich die lezte Gleichung auch ſo anſchreiben:

$$dt = \frac{2\frac{h}{B}.dc}{2\sqrt{\left(4g\frac{g}{B}\right)}}\left(\frac{1}{\sqrt{\left(4g\frac{h}{B}\right)}+c}+\frac{1}{\sqrt{\left(4g\frac{h}{B}\right)}-c}\right)$$

$$= \frac{h}{2\sqrt{(gBh)}}\left(\frac{dc}{2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}+c}-\frac{-dc}{2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}-c}\right)$$

Die Integration giebt

$$t = \frac{\sqrt{h}}{2\sqrt{gB)}}\left[\text{lognat}\left(2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}+c\right)-\text{lognat}\left(2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}-c\right)\right] + \text{Conſt.}$$

Weil nun für $t = 0$, auch $c = 0$ wird, ſo iſt die Konſtante hier $= 0$, folglich

$$t = \frac{\sqrt{h}}{2\sqrt{g\,B)}}\,.\,\text{lognat}\left[\frac{2\sqrt{\left(g.\frac{h}{B}\right)}+c}{2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}-c}\right]$$

Soll nun die Bewegung gleichförmig werden, ſo muß $h = \frac{c^2}{4g}\left(1+\frac{A^2}{a^2}-\frac{a}{A}\right) = \frac{c^2}{4g}\,.\,B$, alſo $c = 2\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}$ ſeyn, und dieß giebt

$$t = \frac{\sqrt{h}}{2\sqrt{gB)}}\,.\,\text{lognat}\left[\frac{4\sqrt{\left(g\frac{h}{B}\right)}}{0}\right] = \infty\,.$$

Die hiezu erforderliche Zeit iſt demnach unendlich groß, das heißt: die Bewegung der Maſſe Ah, folglich auch die Geſchwindigkeit des durch die Oefnung ausſtrömenden Waſſers, beſchleunigt ſich ohne Ende, und wird, im ſtrengſten mathematiſchen Sinne, eigentlich nie ganz gleichförmig, daher auch für jeden begränzten Werth von t, $c < \frac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{\left(1+\frac{A^2}{a^2}-\frac{a}{A}\right)}}$ oder $v < \frac{2\sqrt{gh}}{\sqrt{\left(1+\frac{a^2}{A^2}-\frac{a^3}{A^3}\right)}}$ ſeyn muß.

§. 56.

§. 56.

Wenn $\frac{n}{m}$ einen eigentlichen Bruch vorſtellt, deſſen Werth nur ſehr wenig kleiner als die Einheit iſt, ſo kann man $c = \frac{n}{m} . 2\sqrt{(g \frac{h}{B})}$ ſetzen, und man findet darnach

$$t = \frac{\sqrt{h}}{2\sqrt{g B)}} . \text{lognat.} \frac{m + n}{m - n}$$

Es ſey $\frac{n}{m} = \frac{999}{1000}$, ſo hat man $\frac{m + n}{m - n} = 1999$, lognat $1999 = 7{,}5918 \ldots$ und

$$t = 3{,}7959 . \frac{\sqrt{h}}{\sqrt{g . B)}}$$

zum Beyſpiel ſey $h = 9'$; $g = 15{,}09'$; $A = 4\square'$; und $a = 1\square$ Zoll, ſo wird

$$B = 1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A} = 1 + 576^2 - \frac{1}{576} = 331777$$ (mit Vernachläſſigung des unbedeutenden Bruches)

mithin

$$t = \frac{11{,}387}{2237{,}5} = \frac{1}{196} .$$

Nach Verlauf von $\frac{1}{196}$ Sekunde vom Anfange der Bewegung iſt daher die Geſchwindigkeit der im Gefäße ſinkenden Waſſermaſſe, folglich auch die Geſchwindigkeit des durch die Bodenöfnung ausſtrömenden Waſſerſtrahls nur noch um $\frac{1}{1000}$ Theilchen kleiner, als ſolche für den Beharrungsſtand eigentlich ſeyn müßte, und ſie beſchleunigt ſich hienächſt ſo unmerklich, daß man ſie, ohne zu irren, gleich vom erſten Augenblicke der Bewegung für ganz gleichförmig anſehen kann, wenigſtens wenn die Weite der Ausflußöfnung gegen die Weite des Gefäßes ſehr klein, und die Waſſerhöhe in demſelben nicht ſehr beträchtlich iſt.

§. 57.

Aufgabe. Aus dem Gefäße ABCD (Fig. 6.) deſſen Weite A iſt, und worinn das Waſſer beſtändig auf der Höhe h erhalten wird, läuft das Waſſer durch die an der Bodenöfnung φ angeſezte gleichweite lothrechte Röhre mnop von der Länge l, und Weite a ab. Man ſucht die Beſchleunigung der Bewegung.

Auflö-

Aufloſung. Da die Waſſermaſſen A h und a l ſich mit verſchiedenen Geſchwindigkeiten c und v bewegen, ſo kann man ſich beyde als Gewichte P und p denken, welche an einer doppelten Scheibe ohne Schwere (Fig. 25.) auf einer Seite ſo angebracht ſind, daß die Entfernungen, oder Halbmeſſer b c: m c = c: v = a: A ſich verhalten. An der entgegengeſezten Seite dieſer mathematiſchen Scheibe kann man ſich in der Entfernung c d = b c einen Widerſtand (ohne Maſſe) Q vorſtellen, welcher die Reaktion der Bodenfläche A — a, und des durch φ ausſtrömenden Waſſers, mithin = R + a x iſt; und in der Entfernung n c = m c einen andern Widerſtand ohne Maſſe q, welcher die von der Adhäſion in der Röhrenwand herrührende Verzögerung anzeigt; dann iſt, nach den Lehren der Mechanik, die Beſchleunigung der Kraft P, oder

$$f = g.bc.\left(\frac{P.bc + p.mc - Q.cd - q.nc}{P.bc^2 + p.mc^2}\right)$$

Sezt man für b c = c d; a, und für m c = n c; A, ſo wird

$$f = g.\left(\frac{a^2.P + Aa.p - a^2 Q - Aaq}{a^2.P + A^2.p}\right)$$

Weil nun P = A h, und p = a l; Q = R + a x, und q = x . z iſt (wo z einen hienächſt zu beſtimmenden Koeffizienten anzeigt) ſo iſt

$$f = g.\left(\frac{a^2.Ah + A.a^2.l - a^2\,(R + ax) - aAxz}{a^2.Ah + A^2.al}\right)$$

$$= g.\left(\frac{ah + al - \frac{a}{A}(R + ax) - xz}{ah + Al}\right)$$

$$= g.\left(\frac{h + l - \frac{R + ax}{A} - x.\frac{z}{a}}{h + l.\frac{A}{a}}\right)$$

Es iſt aber $\frac{R + ax}{A} = \frac{c^2}{4g}\left(1 + \frac{A^2}{a^2} - \frac{a}{A}\right)$,

und

und $x . z = a . \frac{v^2}{4g} . \frac{l}{53 \delta}$ (wenn δ den Durchmeſſer der Röhre anzeigt) $= a .$ $\frac{c^2}{4g} . \frac{A^2}{a^2} . \frac{l}{53 \delta}$; daher

$$f = g . \left(\frac{h + l - \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{A^2}{a^2}\left(1 + \frac{l}{53 \delta}\right) - \frac{a}{A} \right]}{h + l \frac{A}{a}} \right)$$

und man ſieht, daß für den Beharrungsſtand, oder $f = 0$,

$$\frac{c^2}{4g} = \frac{h + l}{1 + \frac{A^2}{a^2}\left(1 + \frac{l}{53 \delta}\right) - \frac{a}{A}}$$ werden muß.

§. 58.

Wenn man über die Zeit, welche vom Anfang der Bewegung verflieſſen muß, bis die Geſchwindigkeit des durch die Anſatzröhre (Fig. 6.) abflieſſenden Waſſers in Beharrungsſtand kömmt, ähnliche Unterſuchungen anſtellt, wie §. 55 — 56, ſo findet man, wie dort, $t = \infty$, das heißt: es hört in dieſem, wie in jenem Falle, die Beſchleunigung eigentlich niemals auf, und die Bewegung wird, im ſtrengſten Sinne, nie ganz gleichförmig. Doch kömmt die Geſchwindigkeit der ſinkenden Waſſerſchichten im Gefäße ABCD, und des durch die Mündung der Röhre abflieſſenden Waſſers ſehr bald, nachdem dieſe geöfnet worden, ſchon ſo nahe an diejenige Geſchwindigkeit, welche dem Beharrungsſtande zugehört, und ihre Beſchleunigung iſt hienächſt in den folgenden Zeittheilen ſo unbedeutend, daß man, bey einem etwas beträchtlichen Verhältniſſe von A : a, ohne allen merklichen Fehler, annehmen darf, die Bewegung ſey vom erſten Augenblicke an gleichförmig, und die Geſchwindigkeit des ausſtrömenden Waſſers beſtändig

$$= v = \frac{2 \sqrt{g\,(H + l)}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{l}{53 \delta}\right)}} .$$

§. 59.

Noch unbedeutender wird die Beſchleunigung, wenn am Ende der Röhre ein Boden mit einer kleinern Oefnung, oder irgendwo zwiſchen dem Gefäße und der Ausflußmündung eine den Durchfluß verengernde Scheidwand angebracht iſt; und obwohl in keinem Falle je ein vollkommener Beharrungsſtand, im ſtrengſten mathematiſchen Sinne, erreicht wird, ſo kann man doch überhaupt als einen Grundſatz annehmen, daß die Geſchwindigkeiten der in Gefäßen und Röhren (von mäſſiger Länge) ſich bewegenden Waſſermaſſen ſehr bald nach dem Anfange der Bewegung beynahe gleichförmig werden, und zwar deſto ſchneller, je gröſſer die Hinderniſſe ſind, welche ſich ihrer Bewegung entgegen ſetzen, und welche ſelbſt alle Funktionen dieſer Geſchwindigkeiten ſind.

§. 60.

Aufgabe. Das prismatiſche Gefäß ABCD (Fig. 26.) deſſen Weite A, und worinn der Waſſerſtand anfänglich AB = h iſt, leert ſich, ohne Zufluß, durch die lothrechte Anſatzröhre φ a, deren Länge l und Weite a iſt, aus. Man ſucht die Zeit t, in welcher die Waſſerfläche AD bis mn um die Tiefe Am = x niederſinkt.

Auflöſung. Da man bey einem etwas beträchtlichen Verhältniß von A : a die Ausflußgeſchwindigkeit gleich vom Anfang der Bewegung =

$$v = \frac{2\sqrt{(g(h+l))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{l}{53\,\delta}\right)}}$$

ſetzen kann, ſo wird ſolche in jedem Augenblicke der ganzen Waſſerhöhe dividirt durch $\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{l}{53\,\delta}\right)$ zugehören, und am Ende der Zeit t =

$$v' = \frac{2\sqrt{(g(h+l-x))}}{\sqrt{\left(1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{l}{53\,\delta}\right)}}$$

 ſeyn.

seyn. Sezt man, Kürze halber, H ſtatt $h + l$, und B für $1 + \frac{a^2}{A^2} - \frac{a^3}{A^3} + \frac{1}{53\,\delta}$, ſo iſt

$$\dot{v} = \frac{2\sqrt{g(H - x))}}{\sqrt{B}}$$

Dieſe Geſchwindigkeit kann man in dem unendlich kleinen Zeittheilchen dt für gleichförmig anſehen, und demnach die in dieſem Zeitelemente ausgefloſſene kleine Waſſermenge $= a\,dt \,.\, 2\,\frac{\sqrt{(g\,(H - x))}}{\sqrt{B}}$ ſetzen.

Es iſt aber in dieſer Zeit die Waſſerfläche im Gefäße um die unendlich kleine Höhe dx niedergeſunken, folglich die Waſſermenge A dx ausgelaufen, daher

$$A\,dx = a\,dt.\,\frac{2\sqrt{[g\,(H - x)]}}{\sqrt{B}}$$

und
$$dt = \frac{A\,dx}{\frac{a\,2\sqrt{(g\,(H - x))}}{\sqrt{B}}}$$

$$= \frac{A\sqrt{B}}{2\,a\sqrt{g}} \,.\, \frac{dx}{\sqrt{(H - x)}}$$

Man ſetze $\frac{A\sqrt{B}}{2\,a\sqrt{g}} = R$, und $\sqrt{(H - x)} = y$, ſo erhält man dt $= \frac{R\,dx}{y}$

Nun iſt aber $x = H - y^2$

alſo $dx = -2\,y\,dy$

daher $dt = \frac{-2\,R\,y\,dy}{y} = -2\,R\,dy$

und $t = -2\,R\,y + \text{Conſt.}$

$$= -\frac{A\sqrt{B}}{a\sqrt{g}} \,.\, \sqrt{(H - x)} + \text{Conſt.}$$

Sezt

Sezt man $x = 0$, ſo iſt auch $t = 0$, alſo

$$0 = -\frac{A\sqrt{(B.H)}}{a\sqrt{g}} + \text{Conſt.}$$

und $\text{Conſt.} = \frac{A\sqrt{(B.H)}}{a\sqrt{g}}$

Folglich

$$t = -\frac{A\sqrt{B}.\sqrt{(H-x)}}{a\sqrt{g}} + \frac{A\sqrt{B.H)}}{a\sqrt{g}}$$

$$= \frac{A\sqrt{B}}{a\sqrt{g}}\left(\sqrt{H} - \sqrt{(H-x)}\right)$$

§. 61.

Sucht man die Zeit T, in welcher das Gefäß ſich ganz ausleert, ſo wird, $x = H$ geſezt,

$$T = \frac{A\sqrt{B.H)}}{a\sqrt{g}}.$$

Iſt umgekehrt die Zeit t gegeben, und man ſucht, um welche Tiefe x der Waſſerſpiegel in dieſer Zeit ſinke, ſo findet man

$$x = \frac{2at.\sqrt{g}H}{A\sqrt{B}} - \frac{gt^2.a^2}{A^2.B}.$$

§. 62.

Aufgabe. Das Gefäß ABCDEF (Fig. 27.) welches beſtändig mit Waſſer angefüllt bleibt, ſteht mit dem lothrechten zylindriſchen Rohre abcd in Verbindung; die Weite des Gefäßes AF iſt $= A$; die beſtändige Waſſerhöhe $FE = k$; die Weite des Rohres $be = w$, und die anfängliche Waſſerhöhe in demſelben $mc = h < k$. Man ſucht die Zeit t, in welcher die Waſſerfläche mm in dem Rohre abcd bis nn um die Höhe $nm = x$ ſteiget.

Auf-

Auflöſung. Die Geſchwindigkeit in mm gehört, für den Beharrungsſtand, offenbar der Höhe FE — mb oder k — h zu, und iſt

$$c = \frac{2\sqrt{[g(k-h)]}}{\sqrt{B}}$$

wenn B den Widerſtandskoeffizienten ausdrückt. Weil nun bey einem etwas beträchtlichen Verhältniſſe von A: w, und einem etwas bedeutenden Werthe von B die Beſchleunigung ganz unmerklich iſt, ſo läßt ſich annehmen, daß die Geſchwindigkeit der ſteigenden Waſſerfläche mm in jedem Augenblicke der Differenz ihrer Höhe und der beſtändigen Höhe k dividirt durch $\sqrt{B}$ zugehöre, folglich, am Ende der Zeit t, =

$$c' = \frac{2\sqrt{[g(k-h-x)]}}{\sqrt{B}}$$

ſey. Da man nun in dem Zeitelemente dt dieſe Geſchwindigkeit als gleichförmig betrachten kann, ſo iſt die in dieſer Zeit in das Rohr und über nn eingetretene unendlich kleine Waſſermenge =

$$w.dt.c' = \frac{2w.dt.\sqrt{[g(k-h-x)]}}{\sqrt{B}}$$

In derſelben Zeit wird aber die Fläche nn um das unendlich kleine Stückchen dx geſtiegen ſeyn, und jene kleine Waſſermenge läßt ſich daher auch durch wdx ausdrücken. Man hat alſo

$$wdx = \frac{2w\,dt.\sqrt{[g(k-h-x)]}}{\sqrt{B}}$$

oder $$dx = dt.\frac{2\sqrt{[g(k-h-x)]}}{\sqrt{B}}$$

und $$dt = \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{g}}.\frac{dx}{\sqrt{(k-h-x)}}$$

woraus

woraus man durch ein ähnliches Verfahren wie §. 60.

$$t = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}}\left[\sqrt{(k-h)} - \sqrt{(k-h-x)}\right]$$

findet; ſo wie umgekehrt, wenn t gegeben, und x zu ſuchen iſt,

$$x = \frac{2\,t\,\sqrt{[g\,(k-h)]}}{\sqrt{B}} - \frac{g\,t^2}{B}$$

$$= \frac{t}{B}\left(2\sqrt{\left(g\,B\,(k-h)\right)} - g\,t\right)$$

Achtes

Achtes Kapitel.

Anwendung der bisher vorgetragenen Lehren auf die Theorie der Saugpumpen; Beſtimmung der zu ihrer Bewegung erforderlichen Kraft für den Beharrungsſtand.

§. 63.

Unter allen Maſchinen, die man in ältern und neuern Zeiten erfunden und vorgeſchlagen hat, Waſſer auf eine beträchtliche Höhe zu heben, ſind die Pumpen die vortheilhafteſten und gemeinnützigſten. Der Gebrauch der Schöpfräder, der Waſſerſchnecken, der Püſchel- und Scheibenkünſte u. a. m. iſt blos auf einzelne Fälle und mäſſige Höhen eingeſchränkt, da man ſich hingegen bey den wichtigſten Anlagen, z. B. bey Salinen und in Bergwerken, heut zu Tage mit Vortheil durchgehends nur der Pumpen zur Hebung des Waſſers bedient.

Man kann die Pumpen überhaupt unter drey verſchiedene Klaſſen eintheilen, die man Saugwerke, Hebwerke und Druckwerke nennt.

Saugwerk iſt jede Pumpe, bey deren Spiel der Druck oder eigentlich das Uebergewicht der Atmosphäre eine wirkende Stelle vertritt, oder bey welcher der Kolben in ſeinem höchſten Stande über der Waſſerfläche, aus welcher geſchöpft wird, erhoben iſt. Hebwerk nenne ich eine Pumpe, in welcher das Waſſer, nachdem es durch die Kolbenöfnung getretten iſt, von dem ſteigenden Kolben auf eine beträchtliche Höhe bis zum Ausguß gehoben wird; und Druckwerke ſind diejenigen Pumpen, bey welchen das währendem Aufzuge des Kolbens in den Zylinder oder Stiefel eingezogene Waſſer durch den Druck des niedergehenden Kolbens in ein zur Seite angebrachtes aufwärts gebogenes Rohr gepreßt wird, welches Steigrohr heißt.

Nun ſind zwar die meiſten Pumpen ſo eingerichtet, daß ſie alle vereinbarte Saug- und Hebwerke, oder vereinbarte Saug- und Druckwerke vorſtellen; indeſſen kann man obige Benennungen für alle möglichen Anordnungen von Pumpwerken nach dem Maaße beybehalten, als die eine oder die andere Wirkungsart hiebey vorzüglich in Betrachtung kömmt, ſo daß z. B. eine gewöhnliche Saugpumpe, welche gleich über dem Kolbenrohr ausgießt, oder ein ſogenannter niedriger Satz (wie

Fig.

Fig. 28.) ſchlechthin **Saugwerk**; eine Saugpumpe hingegen, welche über dem Kolbenrohr noch mit einem Aufſatzrohr von beträchtlicher Höhe verſehen iſt (ein ſogenannter **hoher Satz**) (Fig. 29.) **vereinbartes Saug- und Hebwerk**; eine Druckpumpe, welche gar kein Saugrohr, oder doch ein gegen die Höhe der Steigröhre nur ſehr kurzes Saugrohr hat, ſchlechthin **Druckwerk** (Fig. 30 — 31) endlich eine Druckpumpe mit einer Saugröhre von beträchtlicher Länge oder Höhe (wie Fig. 32 — 33.) **vereinbartes Saug- und Druckwerk** hieſſe. Ich beſchäftige mich in gegenwärtigem Bande nur mit den Pumpen der erſten und zweyten Klaſſe, vorzüglich in Rückſicht auf ihren Gebrauch beym Bergbau und Salinenweſen.

§. 64.

Da ich Leſer vorausſetze, welche in den Anfangsgründen der Hydraulik ſchon unterrichtet, und folglich mit dem gewöhnlichen Mechanismus der Pumpwerke, und den allgemeinen Grundſätzen, auf denen die Wirkung derſelben beruht, hinlänglich bekannt ſind, ſo brauche ich hier nicht erſt mit einer umſtändlichen Beſchreibung und Erklärung der verſchiedenen Theile dieſer Maſchinen, dergleichen man in allen Lehrbüchern der Hydraulik findet, die Zeit zu verlieren, ſondern ſchreite ſogleich zur Anwendung der bisher vorgetragenen Sätze auf die eigentliche Theorie der Saug- und Hebpumpen. Ich übergehe aber hiebey gefliſſentlich alles, was die Geſetze des allmähligen Steigens des Waſſers beym Anfange der Bewegung, vorzüglich bey **unvollkommenen** Pumpen, betrift, theils, weil dieſer Gegenſtand von Herrn Hofrath Karſten in ſeinem Lehrbegriffe fünften Band ſiebenzehnten Abſchnitt, und neuerlich von Herrn Rath Langsdorf in ſeinem Lehrbuch der Hydraulik, vier und zwanzigſten Kapitel, mit aller nur möglichen Schärfe und Gründlichkeit ſchon hinlänglich erörtert iſt, theils weil mir dieſe Unterſuchungen, ſo mühſam und artig ſie auch ſeyn mögen, im Grunde doch keinen wahren Nutzen in der Anwendung zu haben ſcheinen, da man die Wirkung einer Pumpe eigentlich erſt, nachdem das Waſſer zum Ausguß gekommen iſt, zu beurtheilen pflegt.*) Im Vorbeygehen hier nur ein paar Worte über den **ſchädlichen Raum**.

§. 65.

*) Alle von den H. H. **Karſten** und **Langsdorf** über dieſes progreſſive Steigen des Waſſers in Saugröhren gefundene Formeln gründen ſich auf eine Vorausſetzung, welche in der Natur niemals Statt findet; ich meine, die vollkommenſte Dichte der Liederung vom erſten Kolbenzuge an.

§. 65.

So pflegt man in Deutſchland bekanntermaſſen bey einer Pumpe denjenigen Raum zu nennen, welcher zwiſchen dem Kolben in ſeinem niedrigſten Stande, und dem Ventile oder Thürel unvermeidlich zurückbleibt; und jedermann weiß, daß, wenn eine Saugpumpe, bey welcher im Anfange der ganze Raum unter dem Kolben mit Luft von gemeiner Dichte ausgefüllt iſt, zuerſt in Gang geſezt wird, eine längere oder kürzere Zeit vergehen muß, oder eine gröſſere oder geringere Anzahl Kolbenhübe erforderlich iſt, ehe das Waſſer den ſteigenden Kolben einholt, je nachdem dieſer Raum gröſſer oder kleiner iſt, und daß es ſogar ein gewiſſes Verhältniß dieſes Raumes gegen die übrigen Dimenſionen der Pumpe geben kann, bey welchem das Waſſer durch den Druck der Atmosphäre gar niemals bis an den Kolben zu ſteigen vermag, wenn gleich das Spiel deſſelben beſtändig wiederholt, und in alle Ewigkeit fortgeſezt würde. Verſchiedene Mathematiker haben daher dieſem Raume obigen Beynamen gegeben, und Herr Hofrath Karſten klaſſifizirt ſogar die Grade der Vollkommenheit aller Pumpen nach dem umgekehrten Verhältniße der Gröſſe dieſes Raumes. Nach ihm wäre die unvollkommenſte Pumpe diejenige, bey welcher das Ventil in der tiefſten Stelle der Saugröhre angebracht wäre, und die vollkommenſte aller Pumpen jene, bey welcher dieſer Raum gänzlich verſchwände, d. i. wo der Kolben in ſeinem tiefſten Stande jedesmal das Ventil ganz berühren könnte. Ich muß geſtehen, daß mir dieſe Begriffe von Vollkommenheit keineswegs einleuchten wollen: denn fürs Erſte ſcheint es mir bey einer Maſchine, deren Spiel, wenn ſie einmal in Gang geſezt worden iſt, meiſtens eine ſehr lange Zeit, z. B. in Bergwerken oft mehrere Wochen oder Monate lang, ununterbrochen fortgeſezt wird, eben nicht ſonderlich darauf anzukommen, ob ihre eigentliche Wirkung nach dem erſten Anlaße der bewegenden Kraft um einige Minuten früher oder ſpäter anfange. Zweytens kann man ja durch ein ſehr einfaches und leichtes Mittel, welches jedem Kunſtknecht bekannt iſt, dieſe Unvollkommenheit oder Verzögerung der Wirkung auch bey der nach Herrn Karſten möglichſt unvollkommenen Pumpe gänzlich vermeiden, und den Satz gleich nach den erſten Kolbenzügen zum Ausguß bringen, wenn man nämlich vor dem Anlaß der Maſchine von oben in das Kolbenrohr, und durch das aufgehobene Ventil des Kolben ſo viel Waſſer eingießt, daß der ganze Raum unter demſelben bis an das Thürel ausgefüllt, und alle Luft daraus verdrängt wird, da dann bey anfangender Bewegung nur noch die Luft im Saug-

rohr

rohr verdünnt werden darf — eine eben ſo gewöhnliche als bekannte Vorſicht, die ohnehin (beſonders wenn die Maſchine eine beträchtliche Zeit hindurch ſtille geſtanden hat) auch in der Abſicht nöthig iſt, die Lederung am Kolben und an den Ventilen (welche, wenn ſie trocken und ſteif geworden, ihren Dienſt gänzlich verſagt) anzuſchwellen und zu erweichen, und ohne welche Vorſicht, unter dieſen Umſtänden, das Waſſer auch in der allervollkommenſten Pumpe des Herrn Karſten nie bis an die Hälfte der Saugröhre, vielweniger über das Thürel und an den Kolben gebracht werden könnte. Nach meiner Meinung beſteht die Vollkommenheit einer Pumpe, wie jeder andern Maſchine, darinn: daß wenn ſie einmal in ihren beſtändigen und gleichförmigen Gang geſezt worden iſt, der größtmögliche nutzbare Effekt durch ſie erhalten, d. i. die größtmögliche Menge Waſſer auf die erforderliche Höhe mit dem geringſten Aufwande von Kraft gehoben werde. Auf dieſe Wirkung hat aber der ſogenannte ſchädliche Raum, ſobald die Pumpe einmal auszugieſſen anfängt, weiter nicht den geringſten Einfluß, und es iſt alsdann bey fortgeſeztem Spiele, in Rückſicht auf Kraft und Wirkung, völlig einerley, ob der Kolben am Ende eines jeden Hubes ganz bis auf das Ventil niedergehe, oder ob dieſes im unterſten Theile der Saugröhre angebracht ſey. Die angenommene Benennung iſt alſo unbillig, und die darauf gegründete Klaſſifikation der Güte der Pumpen unrichtig und in einem Lehrbuche wahrhaft ſchädlich, weil Anfänger dadurch verleitet werden, die Vollkommenheit dieſer Maſchinen allgemein nach dem umgekehrten Verhältniſſe dieſes Raumes zu beurtheilen, da doch offenbar eine Pumpe, in Rückſicht auf ihren Effekt, die möglich vollkommenſte Einrichtung und doch einen ſehr beträchtlichen Raum zwiſchen dem Kolben in ſeinem niedrigſten Stande, und dem Ventile haben kann, (wie z. B. bey den engliſchen Kunſtſätzen der Fall iſt) und hingegen bey einer andern alle möglichen Fehler im höchſten Grade vereint ſeyn können, wo dieſer Raum äuſſerſt klein iſt. Ich ſchlage daher, (wenn doch jedes Ding ſeinen Namen haben muß) die gelindere und richtigere Benennung unnützer oder unvermeidlicher Raum vor.

§. 66.

Aufgabe. In dem lothrecht ſtehenden Zylinder ABCD, (Fig. 34.) welcher mit ſeiner untern Oefnung BC bis ss unter Waſſer ſteht, ſteckt eine genau anpaſſende Scheibe oder Kolben mm;

der ganze Raum des Zylinders unter dem Kolben iſt ſchon mit Waſſer angefüllt; die Höhe sm = h; die Weite des Zylinders W, und des Gefäßes MNOQ = A iſt gegeben. Nun ſoll der Kolben von mm bis nn auf die Höhe mn = b gehoben werden. Man verlangt die geringſt mögliche Zeit, in welcher dieſes geſchehen kann, ſo daß das Waſſer in dem Zylinder immer mit gleicher Geſchwindigkeit nachfolge.

Aufloſung. Wenn die Höhe einer Waſſerſäule, welche dem ganzen Druck der Atmosphäre das Gleichgewicht hält, k heißt, ſo begreift man vorläufig, daß die größte Höhe, zu welcher der Kolben, unter der benannten Bedingung, gehoben werden darf, oder h + b wenigſtens nicht > k werden darf. Da übrigens die Geſchwindigkeit, mit welcher die Waſſerſäule im Zylinder durch den Druck der Atmosphäre zu ſteigen vermag, in dem Augenblicke, da die ganze Höhe des Kolbens über dem Waſſerſpiegel ss = h + x iſt, bey einem etwas bedeutenden Werthe von $\frac{A}{W}$, ohne merklichen Fehler

$$v = \frac{2\sqrt{(g(k-h-x))}}{\sqrt{B}}$$

angenommen werden kann, wenn B, wie oben §. 51, derjenige beſtändige Koeffizient der Geſchwindigkeitshöhe $\frac{c^2}{4g}$ iſt, welcher alle Hinderniſſe der Bewegung in ſich begreift, ſo reduzirt ſich die Auflöſung dieſer Aufgabe auf den §. 62. angegebenen Fall, und man erhält nach dem dortigen Kalkul, wenn man b ſtatt x ſezt,

$$t = \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}}\left[\sqrt{(k-h)} - \sqrt{(k-h-b)}\right]$$

deſto genauer, je gröſſer B, und je kleiner k — h — b iſt.

§. 67.

Wenn unter dem Zylinder MNOR (Fig. 24.) ein Saugrohr bcde von der Weite ω und Länge l, welches oben eine Mündung von der Weite φ und unten eine Oefnung von der Weite a hat, angebracht iſt, ſo wird nach §. 52.

B =

$$B = 1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{l}{53\delta}\right) + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3}$$

mit Beybehaltung aller dortigen Benennungen; folglich, wenn h die anfängliche lothrechte Entfernung des Kolben in ſeinem tiefſten Stande vom Waſſerſpiegel ss, und b die Höhe ſeines Hubes anzeigt, ſehr genau

$$t = \surd\left(1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{l}{53\delta}\right) + \frac{W^2}{A^2} - \frac{W^2\varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{A^3}\right) \times \left[\frac{\surd(k-h) - \surd(k-h-b)}{\surd g}\right]$$

wo aber unter φ und a nicht die ganze Weite dieſer Oefnungen, ſondern nur die zuſammengezogenen Querſchnitte $\frac{\varphi}{\surd\left(2-\frac{\varphi}{\omega}\right)}$ und $\frac{a}{\surd\left(2-\frac{a}{A}\right)}$ verſtanden werden müſſen.

§. 68.

Da die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer vermöge des Druckes der äuſſern Luft auf die Fläche ss im Zylinder MNOR zu ſteigen vermag, bey einem etwas beträchtlichen Verhältniſſe von A: W, in jedem Augenblicke der Höhe k — (h + x) zugehört, folglich wegen dem immer wachſenden Werthe von x mit jedem Augenblicke abnimmt, ſo erhellet, daß, wenn nach der angenommenen Bedingung das Waſſer dem ſteigenden Kolben immer mit gleicher Geſchwindigkeit nachfolgen ſollte, die Geſchwindigkeit deſſelben nach eben demſelben Geſetze abnehmen müßte. Wäre in irgend einem Augenblicke der Bewegung die Geſchwindigkeit des Kolben > v, ſo müßte die Waſſerfläche mn ſich von demſelben trennen, und es entſtünde zwiſchen beyden ein leerer Raum. Iſt hingegen die Geſchwindigkeit des Kolben < v, ſo wirkt die Waſſerſäule von unten noch mit einem Druck gegen denſelben, welcher dem Unterſchiede beyder Geſchwindigkeitshöhen gemäß iſt. Es ſey die dieſem Druck zuſtändige Höhe = z, die Geſchwindigkeit des Kolben = c, ſo iſt (§. 52.)

z =

$$z = k - (h + x) - B . \frac{c^2}{4g}$$

Weil nun $k - (h + x) = \frac{v^2}{4g} . B$ iſt, (§. 66.) ſo iſt auch

$$z = B \left(\frac{v^2 - c^2}{4g} \right)$$

Folglich die Druckhöhe von oben auf den Kolben (§. 52.)

$$\eta = k - z = k - B . \frac{v^2}{4g} + B . \frac{c^2}{4g}$$

$$= h + x + B . \frac{c^2}{4g}$$

Sobald nun $c = v = 2 \frac{\sqrt{(g\ (k - h - x))}}{\sqrt{B}}$ wird,

ſo wird

$$\eta = k.$$

Das heißt: wenn die Geſchwindigkeit, mit welcher der Kolben aufwärts gezogen wird, eben ſo groß iſt, als diejenige Geſchwindigkeit, mit der das Waſſer im Zylinder durch den Druck der Atmosphäre in der Höhe des Kolben zu ſteigen vermag, ſo leidet der bewegte Kolben von oben den ganzen Druck der Atmosphäre, wenn auch gleich die Höhe der ihm folgenden Waſſerſäule viel kleiner als k oder 32 Fuß iſt.

So könnte z. B. der Fall eintretten, daß, bey einer nur 20 Fuß hohen Waſſerſäule unter dem Kolben, der bloß von dem Drucke der Luft auf ſelben herrührende Widerſtand einer 32 Fuß hohen Waſſerſäule gleich würde. Man ſieht hieraus, wie ſehr ſich diejenigen Hydrauliker geirrt haben, welche behaupten, daß es zur vortheilhafteſten Einrichtung eines Saugwerks gehöre, daß der Kolben gerade mit derſelben Geſchwindigkeit ſteige, mit welcher das Waſſer ihm nachzufolgen vermag, da vielmehr umgekehrt die Anordnung einer ſolchen Maſchine deſto vortheilhafter iſt, je gröſſer der Ueberſchuß der dem Waſſer zugehörigen Geſchwindigkeit

über

über jene des Kolbens iſt;*) und es fließt hieraus die Regel: Man laſſe die Zeit, in welcher der Kolben von ſeiner tiefſten bis zur höchſten Stelle gehoben wird, in keinem Falle kleiner als $\frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}}[\sqrt{(k-h)}-\sqrt{(k-h-b)}]$ werden, ſondern ſuche vielmehr, wenn die Zeit t des Kolbenhubes ſchon beſtimmt iſt, die Abmeſſungen der Pumpe ſo einzurichten, daß der Koeffizient B, ſo viel möglich, kleiner als

$$\frac{g t^2}{(\sqrt{(k-h)}-\sqrt{(k-h-b)})^2}$$

ausfalle. (ſiehe §. 62.)

§. 69.

Aufgabe. In der Saugpumpe Fig. 35, deren Abmeſſungen alle gegeben ſind, iſt das Waſſer ſchon über den Kolben bis zur Ausgußſtelle D gelangt. Man ſucht, für den Beharrungsſtand, die Kraft P, welche an der Kolbenſtange angebracht werden muß, um denſelben mit der Geſchwindigkeit c aufwärts zu ziehen.

Auflöſung. I. Im Stande der Ruhe drückt auf den Kolben von oben eine doppelte Laſt, der Druck der Luft, welcher dem Gewichte einer Waſſerſäule von der

*) Ich hörte vor einigen Jahren einen öffentlichen Lehrer der angewandten Mathematik demonſtriren, die Weite des Saugrohrs und der Ventilöfnung müſſe juſt ſo groß ſeyn, daß das Waſſer im Stiefel genau mit derſelben Geſchwindigkeit ſteige, mit welcher der Kolben in die Höhe gezogen wird, worüber denn leicht eine Formel zu finden war. Weiter durfte nach ſeiner Meinung die Saugröhre bey Leibe nicht ſeyn, "weil ſonſt das Waſſer mit dem Ueberreſte ſeiner Geſchwindigkeit an den Kolben von unten prellen, und der bewegenden Kraft zur Unzeit zu Hilfe kommen würde!" Nun iſt mir zwar kein Fall bekannt, da auch bey dem größten Verhältniſſe der Weite des Saugrohrs zur Weite des Stiefels ein Kolben von dem an ſeine untere Fläche prellenden Waſſer in die Höhe getrieben worden wäre, doch glaube ich, daß ein ſolcher Schub, wenn er auch wirklich Statt fände, in der Richtung der wirkenden Kraft in irgend einem Augenblicke der Bewegung eben ſo wenig zur Unzeit käme, als die Bezahlung einer Summe Geldes einem Kaufmanne an irgend einem Tage oder zu irgend einer Stunde zur Unzeit kommen dürfte. Wenn ſolche Sätze von Profeſſoren für Theorie aufgeſtellt werden, dann iſt es freylich kein Wunder, wenn Praktiker in dem Wahne bleiben, Theorie wäre entbehrlich oder führe wohl gar auf Ungereimtheiten.

der Grundfläche des Kolbens W und der Höhe $h' + x$ gleich iſt, wenn h' die lothrechte Entfernung des Kolben in ſeinem niedrigſten Stande vom untern Waſſerſpiegel s s bis an die Klappe v und x den zurückgelegten Weg, alſo beydes zuſammen die lothrechte Erhöhung des Kolben in jedem Augenblicke anzeigt; und das Gewicht der Waſſerſäule, welche über dem Kolben ſteht; heißt die lothrechte Entfernung des Kolbens in ſeiner tiefſten Stelle vom Ausguß h, ſo iſt die Höhe dieſer Waſſerſäule in jedem Augenblicke $h - x$, und die Grundfläche $W - r$, wenn r den Querſchnitt der im Waſſer ſtehenden Kolbenſtange ausdrückt. Es iſt demnach die ganze Laſt auf dem ruhenden Kolben, oder die hydroſtatiſche Laſt

$$= W\,(h' + x) + (W - r)\,(h - x)$$
$$= W\,(h' + h) - r\,(h - x)$$

oder, wenn man die ganze Höhe vom untern Waſſerſpiegel bis zur Ausgußſtelle, Kürze halber, H nennt,

$$= W \,.\, H - r\,(h - x)$$

II. Wenn aber der Kolben mit der Geſchwindigkeit c aufwärts gezogen wird, ſo kömmt zu dem Gewichte der gehobenen Waſſerſäule H noch ein neuer Widerſtand, welcher (im Beharrungsſtande) dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Grundfläche W und der dieſer Geſchwindigkeit zugehörigen Höhe multiplizirt mit einem gewiſſen beſtändigen Koeffizienten B gleich iſt, deſſen Werth durch die Abmeſſungen der Pumpe beſtimmt wird. Und dieſer Widerſtand, welchen ich den hydrauliſchen nenne, iſt, gemäß §. 52, für die unter dem Kolben befindliche Waſſerſäule,

$$= W \,.\, \frac{c^2}{4g} \left[1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{l}{53\,\delta} \right) - \frac{W^2 \varphi}{\omega^3} - \frac{W^2 a}{\omega^3} \right]$$

wenn, wie dort, φ die (zuſammengezogene) Weite der Ventilöfnung, a die (zuſammengezogene) Weite der untern Einſaugmündung, ω die Weite des Saugrohrs, l deſſen Länge, und δ deſſen innern Durchmeſſer anzeigt, und übrigens der Behälter MNOQ weit genug iſt, um das Verhältniß von W gegen deſſen Querſchnitt A als unbedeutend auſſer Acht laſſen zu können. Weil aber auch die über dem Kolben befindliche Waſſerſäule von demſelben mit der Geſchwindigkeit c gehoben werden muß,

und

und hieraus ein neuer Druck von der Höhe $\frac{c^2}{4g}\left(1+\frac{h}{53D}\right)$ auf die Grundfläche W — r entſteht (wenn D den Durchmeſſer des Kolbenrohrs anzeigt) ſo iſt eigentlich der ganze hydrauliſche Widerſtand =

$$W.\frac{c^2}{4g}\left[2+\frac{W^2}{\varphi^2}+\frac{W^2}{a^2}+\frac{W^2}{\omega^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}-\frac{\varphi}{\omega}-\frac{a}{\omega}\right)+\frac{h}{53D}\left(1-\frac{r}{W}\right)-\frac{r}{W}\right]$$

Es ergiebt ſich demnach für den Beharrungsſtand

$$P=WH+W.\frac{c^2}{4g}\left[2+\frac{W^2}{\varphi^2}+\frac{W^2}{a^2}+\frac{W^2}{\omega^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}-\frac{\varphi}{\omega}-\frac{a}{\omega}\right)+\frac{h}{53D}\left(1-\frac{r}{W}\right)-\frac{r}{W}\right]-r\left(h-x\right)$$

In dieſer Gleichung ſind (unter der Vorausſetzung, daß c gleichförmig iſt) alle Gröſſen beſtimmt und unveränderlich, auſſer x, welches währendem Aufzuge des Kolben mit jedem Augenblicke wächſt, und am Ende der ganzen Länge des Hubes = b wird. Man kann daher, da man ohnehin immer auf den gröſten Widerſtand rechnen muß, gleich b ſtatt x ſetzen.

Bey einem niedern Satze iſt die Kolbenſtange gemeiniglich ganz von Eiſen, mithin $\frac{r}{W}$ ein unbedeutender Bruch desgleichen $\frac{h}{53D}$; und, da b beynahe = h wird, ſo verſchwindet das lezte Glied, r (h — b) gänzlich. Man hat demnach für einen niedern Satz

$$P=WH+W.\frac{c^2}{4g}\left[2+\frac{W^2}{\varphi^2}+\frac{W^2}{a^2}+\frac{W^2}{\omega^2}\left(1+\frac{l}{53\delta}-\frac{\varphi}{\omega}-\frac{a}{\omega}\right)\right].$$

§. 70.

Aufgabe. In einer Saugpumpe Fig. 35, welche bis zur Stelle des Ausguſſes ſchon ganz mit Waſſer angefüllt iſt, ſoll der Kolben, in

in deſſen Mitte eine Ventilöfnung von der Weite μ befindlich iſt, von ſeiner höchſten Stelle mit einer gegebenen Geſchwindigkeit u niedergedrückt werden. Man ſucht den Widerſtand R für den Beharrungsſtand.

Aufl ö ſung. Wenn die Geſchwindigkeit des durch die Oefnung μ ſtrömenden Waſſers = v, der Querſchnitt des Stiefels W, und die Höhe der über dem Kolben ſtehenden Waſſerſäule in irgend einer Stellung deſſelben h — x iſt, ſo leidet der Kolben im Niedergehen gegen ſeine untere Fläche einen Druck von der Höhe $h - x + \frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}$, (weil er ſich den mit der Geſchwindigkeit v anprellenden Waſſertheilchen noch mit ſeiner eigenen Geſchwindigkeit u entgegen bewegt). Auf ſeine obere Fläche hingegen wirkt eine andere Preſſung von der Höhe $h - x - \frac{u^2}{4g}$ weil er ſich von der obern Maſſe mit der Geſchwindigkeit u entfernt (ſ. d. 1 Kapitel.)

Da nun die untere Fläche des Kolbens W — μ, die obere hingegen W — μ — r iſt, ſo iſt der Druck auf die erſte

$$= \left(W - \mu\right)\left(h - x + \frac{v^2}{4g} + \frac{u^2}{4g}\right),$$

und der Druck auf die zweyte

$$= \left(W - \mu - r\right)\left(h - x - \frac{u^2}{4g}\right).$$

Man hat demnach R = der Differenz dieſer beyden entgegengeſezten Preſſungen

$$= \left(W - \mu\right)\left(\frac{v^2}{4g} + 2\,\frac{u^2}{4g}\right) + r\left(h - x\right) - r \,.\, \frac{u^2}{4g} \,.$$

Es iſt aber v : u = W : μ,

also $$\frac{v^2}{4g} = \frac{u^2}{4g} \cdot \frac{W^2}{\mu^2}$$

Daher

$$R = \left(W - \mu\right)\left[\frac{u^2}{4g}\left(2 + \frac{W^2}{\mu^2}\right)\right] + r\left(h - x\right) - r \cdot \frac{u^2}{4g}$$

$$= \frac{u^2}{4g}\left(2W + \frac{W^3}{\mu^2} - 2\mu - \frac{W^2}{\mu} - r\right) + r\left(h - x\right)$$

$$= W \cdot \frac{u^2}{4g}\left(2 + \frac{W^2}{\mu^2} - 2\frac{\mu}{W} - \frac{W}{\mu} - \frac{r}{W}\right) + \left(h - x\right)$$

Dieſe Formel bezieht ſich eigentlich nur auf Kolben mit Klappenventilen, deren Hub durch ihre eigene Schwere begränzt wird, und die frey und ungehindert ſpielen. Bey den ſogenannten Muſchel- oder Kegelventilen, ſo wie bey der gewöhnlichen Scheibenliederung drückt das Waſſer, nachdem es das Ventil oder die Scheibe aufgeſtoſſen, gegen die untere Fläche deſſelben eben ſo wie gegen die ringförmige Fläche des Kolbens, ſo daß die ganze von unten gedrückte Fläche $= W$ ſtatt $W - \mu$, folglich

$$R = W. \frac{u^2}{4g}\left(2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{r}{W}\right) + r\left(h - x\right)$$

wird. Es iſt aber hiebey unter μ keineswegs die ganze Weite der Ventilöfnung, ſondern eigentlich jene viel kleinere Seitenöfnung zu verſtehen, welche die ſchwere, mithin nur auf eine geringe Höhe ſich erhebende Klappe dem durchziehenden Waſſer darbietet, und welche durch die Zuſammenziehung des Waſſerſtrahls noch mehr verengert wird.

Man ſieht hieraus, wie beträchtlich dieſer Widerſtand (beſonders bey einem etwas raſchen Gange der Maſchine) werden kann, wenn die Ventilöfnungen in den Kolben, nach altem deutſchen Herkommen, zu enge gemacht werden, und wie unnütz durch eine ſolche fehlerhafte Einrichtung die bewegende Kraft verſchwendet wird, da der Kolben im Niedergehen eigentlich gar keine (nutzbare) Wirkung leiſtet (wenigſtens wenn die Dicke der Kolbenſtange nicht ſehr beträchtlich im Verhältniß gegen die Weite des Stiefels iſt) mithin die auf ſeine Bewegung während dieſer Zeit zu verwendende Kraft ohnehin, in Rückſicht auf den Effekt, allemal ganz reiner Verluſt iſt.

Anmerkung. Wenn man über dieſen Widerſtand an einem ſogenannten niedern Satze nach denen von Calvör, Delius, Poda, Cankrin und andern praktiſchen Schriftſtellern angegebenen Einrichtungen und Dimenſionen der Kolben, und ſo, wie man ſie noch heutiges Tages auf dem Harze, und in den meiſten deutſchen Gruben und Salinen findet, eine Berechnung anſtellt, ſo kann man ſich von der Wahrheit deſſen, was ich hier bemerkt habe, leicht überzeugen. Beſonders aber trift dieſer Vorwurf die in Deutſchland noch häufig üblichen Scheibenkolben, bey welchen das Waſſer ſich durch einige wenige ſehr enge Löcher (deren Querſchnitte zuſammengenommen manchmal kaum den zwanzigſten Theil der Kolbenfläche ausmachen) durchzwängen, und noch überdieß die darüber geſchraubte aus vierfach zuſammengenähten Pfundleder beſtehende, im höchſten Grad ſteife und unbiegſame Scheibe aufdrücken, ſolche rings an ihrem Rande aufwärts beugen, und nach vielfältigen nicht leicht zu berechnenden Stöſſen endlich ſeitwärts durch die noch engere zwiſchen dem Kolbenrohr und der Scheibe (welche beym Aufzuge des Kolbens auf eine ſehr einfache, dabey aber auch höchſt einfältige, Art zugleich die Stelle der Lederung vertritt) ſo äuſſerſt mühſam erzwungene ringförmige Oefnung entwiſchen muß. Aus der Summe aller dieſer vervielfältigten Hinderniſſe muß dann freylich nothwendigerweiſe ein ſehr bedeutender Widerſtand entſtehen, der ſelbſt bey dem gewöhnlichen äuſſerſt langſamen ſchleichenden Gange dieſer Maſchinen in einzelnen Fällen der geſammten Waſſerlaſt beym Aufzuge des Kolben ſehr nahe kommen, oder ſolche wohl gar übertreffen kann. Wie mir dann auch wirklich ein Fall bekannt iſt, da durch dieſen Widerſtand von einigen neu gelederten übereinander ſtehenden Sätzen das unmittelbar darüber gehängte ſchwere Kunſtrad bey ſeinem erſten Umlaufe aus ſeinem Zapfenlager heraus gehoben ward! —

Solche Pumpen ſind dann freylich, wiewohl in einem verkehrten Sinne, vereinbarte Saug- und Druckwerke, oder richtiger: vereinbarte Saug- und Preßwerke. Und da der Widerſtand dieſer Kolben beym Niedergange im Verhältniß der Quadrate ihrer Geſchwindigkeiten wächſt, ſo wird es wohl begreiflich, warum der Gang einer ſo unkünſtlich eingerichteten Kunſt auch beym überflüſſigſten Aufſchlagwaſſer nicht merklich beſchleunigt, und folglich der Zweck des Gewältigens durch ſolche beynahe gar nicht erreicht werden kann. Wie wäre dieß auch mit Kolben dieſer Art möglich, welche vielmehr ihrer Natur nach ſelbſt die beſte und

und ſicherſte Premſung gegen alle Gefahren einer zu ſchnellen Bewegung ſind? — Was aber ungleich ſchwerer hiebey zu begreifen ſcheint, iſt der unheilbare Eigenſinn, und die durch die gröbſte Ignoranz kaum zu entſchuldigende Dummheit einer Klaſſe von Handwerkern, die ſich Kunſtmeiſter nennen, und das ihnen zur möglich größten Wirkung anvertraute Kraft- und Anlagskapital (recht als geſchäh' es aller Theorie, oder vielmehr aller geſunden Vernunft zum Trotze) beym Bau ſolcher Waſſerkünſte auf die unverzeihlichſte Art verſchwenden; und zum Theil auch mit die ſorgloſe Gleichgiltigkeit derjenigen, welche die Anlage ſo äuſſerſt wichtiger Maſchinen dergleichen wandelnden Maſchinen ſo maſchinenmäſſig überlaſſen. —

Neuntes

Neuntes Kapitel.

Nähere Beſtimmung der zur Bewegung der Kolben erforderlichen Kraft mit Rückſicht auf die Trägheit der bey jedem Hube von neuem in Bewegung zu ſetzenden ſchweren Maſſen.

§. 71.

Aufgabe. Es ſind alle Dimenſionen an einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe, nebſt der an dem Kolben angebrachten (beſtändigen) Kraft gegeben. Man ſucht die Beſchleunigung des Kolbens bey ſeinem Aufzuge.

Aufloͤſung. Die auf den Kolben wirkende beſtändige Kraft ſey = P; der ganze Widerſtand, welchen die bewegte Waſſerſäule auf den Kolben ausübt, mit Inbegriff der Friktion ſeiner Lederung = Q; die Summe der Momente der Trägheit aller mit dem Kolben zugleich in Bewegung geſezten Maſſen, auf das ſtatiſche Moment der Kolbenſtange reduzirt, = M; ſo iſt nach den Lehren der Mechanik die Beſchleunigung deſſelben

$$f = g \,.\, \frac{P - Q}{M}$$

Weil nun die bewegende Kraft, nebſt dem hydroſtatiſchen Druck der Waſſerſäule WH, auch noch den hydrauliſchen Widerſtand (§. 69.) und die Friktion zu überwinden hat, ſo muß, wenn V die größte Geſchwindigkeit iſt, welche der Kolben im Beharrungsſtande erreichen kann,

$$P = WH + W \,.\, \frac{V^2}{4g} \,.\, B + F$$

ſeyn, wenn B den von den Verhältniſſen der verſchiedenen Theile der Pumpe abhangenden beſtändigen Koeffizienten des hydrauliſchen Widerſtandes, und F die Friktion

tion des Kolben an der innern Stiefelwand anzeigt. Iſt nun c diejenige (veränderliche) Geſchwindigkeit mit welcher der Kolben wirklich bewegt wird, ſo hat man

$$Q = WH + W \cdot \frac{c^2}{4g} \cdot B + F,$$

Folglich

$$f = g \cdot \left[\frac{WB\left(\frac{V^2}{4g} - \frac{c^2}{4g}\right)}{M} \right]$$

$$= \frac{WB}{4M}\left(V^2 - c^2\right).$$

Sezt man M = einer Waſſerſäule von der Höhe v auf der Grundfläche W, ſo ergiebt ſich

$$f = \frac{B}{4v}\left(V^2 - c^2\right).$$

§. 72.

Aufgabe. Unter den vorigen Bedingungen die Zeit τ zu finden, welche vom Anfange der Bewegung verflieſſen muß, bis dieſelbe gleichförmig wird.

Auflöſung. Nach der allgemeinen mechaniſchen Formel c = 2gt ſetze man hier

$$c = 2 f \tau$$

alſo

$$dc = 2 f . d\tau,$$

ſo iſt, wenn man den im lezten §. gefundenen Werth von f ſubſtituirt,

$$dc = \frac{B}{2v}\left(V^2 - c^2\right) d\tau$$

und

$$d\tau = \frac{2v . dc}{B(V^2 - c^2)}$$

= 2 v

$$= \frac{2\,v\,dc}{B}\left(\frac{1}{V^2 - c^2}\right)$$

$$= \frac{2\,v}{B\,.\,2\,V}\left(\frac{dc}{V+c} + \frac{dc}{V-c}\right)$$

$$= \frac{v}{B\,V}\left(\frac{dc}{V+c} - \frac{-dc}{V-c}\right)$$

Die Integration giebt

$$\tau = \frac{v}{BV} \cdot \text{lognat}\left(\frac{V+c}{V-c}\right)$$

ohne Konſtante, weil für $\tau = 0$, auch $c = 0$ iſt.

Sezt man in dieſer Gleichung $c = V$, ſo findet man $\tau = \infty$; das heißt: **die Bewegung beſchleunigt ſich ohne Ende, und wird niemals gleichförmig.**

§. 73.

Man ſetze $c = 0,99.\,V$, ſo wird lognat $\left(\frac{V+c}{V-c}\right) =$ lognat $199 = 5,2933$, mithin die Zeit

$$\tau = 5,2933 \cdot \frac{v}{B.\,V}.$$

Weil nun $P = W\left(H + B\,\frac{V^2}{4\,g}\right) + F$ iſt (§. 71.)

ſo iſt

$$V = \frac{2\,\sqrt{(g\,(P - F - WH))}}{\sqrt{BW)}}$$

Folglich $\tau = \frac{5,2933\,.\,v\,\sqrt{BW)}}{2\,\sqrt{g}\,.\,\sqrt{(P - F - WH)B}}$

$$= \frac{2,6466\,.\,v}{\sqrt{\left[g\,B\left(\frac{P - F - WH}{W}\right)\right]}}$$

Wenn

Wenn man die Kraft P durch eine Waſſerſäule von der Höhe η auf der Grundfläche W, und den Widerſtand der Reibung F durch eine Waſſerſäule von gleicher Grundfläche und der Höhe ρ ausdrückt, ſo hat man $\frac{P}{W} = \eta$, und $\frac{F}{W} = \rho$, folglich

$$\tau = \frac{2,6466 \,.\, v}{\sqrt{[g\,B\,(\eta - \rho - H)]}}$$

zu einem Beyſpiel ſey $v = 100$; $\eta = 60$; $\rho = 4$; $H = 50$; $B = 600$, und $g = 15,09$, ſo findet man

$$\tau = \frac{264}{233} = 1\tfrac{1}{7}.$$

Nach Verlauf von $1\frac{1}{7}$ Sekunde wäre demnach die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben nur noch um $\frac{1}{100}$ Theilchen kleiner als jene, welche dem Stande der Beharrung zukömmt, und ihre Beſchleunigung iſt in den folgenden Sekunden ſo unmerklich, daß man ſie am Ende dieſer Zeit, ohne allen merklichen Fehler als gleichförmig und $= V = \frac{2\sqrt{[g\,(\eta - \rho - H)]}}{\sqrt{B}}$ betrachten kann.

§. 74.

Die Betrachtung der lezten Formel

$$\tau = \frac{2,6466 \,.\, v}{\sqrt{[g\,B\,(\eta - \rho - H)]}}$$

zeigt, daß τ deſto kleiner wird, je kleiner v, und je gröſſer B und $\eta - (H + \rho)$ iſt: und hieraus erhellet, daß die Bewegung des Kolbens deſto früher beynahe gleichförmig wird, 1° je geringer die Summe aller in Bewegung zu ſetzenden Maſſen iſt; 2° je mehr Hinderniſſe die ſteigende Waſſerſäule in ihrer Bewegung durch die Saugröhre, Ventilöfnungen u. d. gl. antrift; 3° je gröſſer das Uebergewicht der Kraft über die hydroſtatiſche Laſt und die Reibung iſt.

§. 75.

Aufgabe. An einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe ſind alle Abmeſſungen nebſt der bewegenden (beſtändigen) Kraft gegeben. Man ſucht den Weg s, welchen der ſteigende Kolben während der Zeit t zurücklegt.

Auflö-

Aufloſung. I. Man kann in dem unendlich kleinen Zeittheilchen dt die Geſchwindigkeit des Kolben c für gleichförmig anſehen, folglich

$$ds = c\,dt,$$

und $$dt = \frac{ds}{c}$$

ſetzen. Weil nun auch $dc = 2\,f\,dt$ iſt, ſo hat man

$$dc = 2f.\frac{ds}{c}$$

und $$ds = \frac{c\,dc}{2f}.$$

Der oben §. 71. gefundene Werth von f in dieſe Gleichung geſezt, giebt

$$ds = \frac{c\,dc}{2.\frac{B}{4v}\left(V^2 - c^2\right)}$$

$$= \frac{2\frac{v}{B}\cdot c\,dc}{V^2 - c^2}$$

$$= -\frac{2\frac{v}{B}\cdot c\,dc}{c^2 - V^2}$$

$$= -\frac{v}{B}\cdot\frac{d\,(c^2 - V^2)}{c^2 - V^2}.$$

Die Integration giebt

$$s = -\frac{v}{B}\cdot \text{lognat}\left(c^2 - V^2\right) + \text{Conſt.}$$

Da nun für $s = o$ auch $c = o$ iſt, ſo hat man

$$s = -\frac{v}{B}\cdot \text{lognat}\left(\frac{c^2 - V^2}{-V^2}\right)$$

$$= - \frac{v}{B} \cdot \text{lognat} \left(\frac{V^2 - c^2}{V^2} \right)$$

$$= \frac{v}{B} \cdot \text{lognat} \frac{V^2}{V^2 - c^2}.$$

II. Weil nun V eine beſtändige Grösse, c aber veränderlich und eine Funktion von t iſt, ſo kömmt es noch darauf an, eine Gleichung zwiſchen c und t zu finden.

Nach §. 72. haben wir

$$t = \frac{v}{BV} \cdot \text{lognat} \left[\frac{V + c}{V - c} \right.$$

Nun ſey A der Modul des briggiſchen logarithmiſchen Syſtems, ſo iſt

$$\text{lognat} \left[\frac{V + c}{V - c} \right. = \frac{\text{log. vulg.} \left[\frac{V + c}{V - c} \right.}{A}$$

Iſt ferner E die Grundzahl des natürlichen Syſtems, ſo iſt A = log E, alſo

$$\text{lognat} \left[\frac{V + c}{V - c} \right. = \frac{\text{log.} \left[\frac{V + c}{V - c} \right.}{\text{log E}}$$

Folglich

$$t = \frac{v}{BV} \cdot \frac{\text{log} \left[\frac{V + c}{V - c} \right.}{\text{log E}}.$$

und

$$t. \text{log E} = \frac{v}{BV} \cdot \text{log} \left[\frac{V + c}{V - c} \right.$$

oder

$$\text{log E}^t = \text{log} \left(\frac{V + c}{V - c} \right)^{\frac{v}{BV}}$$

alſo

$$E^t = \left(\frac{V + c}{V - c} \right)^{\frac{v}{BV}}$$

 und

und
$$E^{\frac{tBV}{v}} = \frac{V + c}{V - c}$$

Daher
$$E^{\frac{tBV}{v}} \cdot V - E^{\frac{tBV}{v}} \cdot c = V + c,$$

woraus ſich
$$c = V. \left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} - 1}{E^{\frac{tBV}{v}} + 1} \right]$$

und
$$c^2 = V^2. \left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} - 1}{E^{\frac{tBV}{v}} + 1} \right]^2$$

ergiebt.

III. Wenn man dieſen Werth für c^2 in die obige Gleichung von s (I) ſezt, ſo erhält man endlich
$$s = \frac{v}{B} . \operatorname{lognat} \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{E^{\frac{tBV}{v}} - 1}{E^{\frac{tBV}{v}} + 1} \right)^2} \right]$$

$$= \frac{v}{B} . \operatorname{lognat} \left[\frac{\left(E^{\frac{tBV}{v}} + 1 \right)^2}{4 E^{\frac{tBV}{v}}} \right]$$

$$= 2 \frac{v}{B} . \operatorname{lognat} \left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} + 1}{2 E^{\frac{tBV}{2v}}} \right].$$

§. 76.

Aufgabe. Unter den vorigen Bedingungen die Zeit t zu finden, binnen welcher der Kolben den gegebenen Weg s zurücklegt.

Auflöſung. Aus der Gleichung $s = \frac{v}{B}$ lognat $\frac{V^2}{V^2 - c^2}$ (§. 75. I.) folgt

$$s \,.\, \text{lognat}\, E = \text{lognat} \left(\frac{V^2}{V^2 - c^2}\right)^{\frac{v}{B}}$$

(weil der natürliche Logarithmus von E = 1 iſt) alſo

$$E^s = \left(\frac{V^2}{V^2 - c^2}\right)^{\frac{v}{B}}$$

und

$$E^{\frac{sB}{v}} = \frac{V^2}{V^2 - c^2}$$

Hieraus findet man

$$c^2 = V^2 \left(\frac{E^{\frac{sB}{v}} - 1}{E^{\frac{sB}{v}}}\right)$$

und

$$c = V \,.\, \frac{\sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{sB}{2v}}}$$

Wenn man dieſen Werth von c in die erſte Gleichung für t (§. 72.) ſezt, ſo erhält man

$$t = \frac{v}{BV} \,.\, \text{lognat} \left\{ \frac{1 + \frac{\sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{sB}{2v}}}}{1 - \frac{\sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{sB}{2v}}}} \right\}$$

oder

oder

$$t = \frac{v}{BV} \cdot \text{lognat} \left[\frac{E^{\frac{sB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{sB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{sB}{v}} - 1\right)}} \right]$$

§. 77.

Aufgabe. Alle Abmeſſungen einer Saug- und Hebpumpe ſind gegeben, nebſt der Länge des Kolbenhubes b, und der Zeit t, in welcher er vollendet werden ſoll. Man ſucht die erforderliche Kraft P oder W η.

Auflöſung. Nach der lezten Gleichung wird

$$V = \frac{v}{Bt} \cdot \text{lognat} \left[\frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}} \right]$$

wenn man für den zurückgelegten Raum, b ſtatt s ſezt. Es iſt aber auch

$$V = \frac{2\sqrt{(g\,(\eta - \rho - H))}}{\sqrt{B}} \qquad (\text{§. } 73.)$$

alſo

$$\frac{4g}{B}\left(\eta - \rho - H\right) = \frac{v^2}{B^2 . t^2} \left[\text{lognat} \frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}} \right]^2$$

woraus ſich

$$\eta = \frac{P}{W} = H + \rho + \frac{v^2}{4g\,t^2 . B} \left[\text{lognat} \frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}} \right]^2$$

ergiebt.

§. 78.

Das lezte Glied der lezten Gleichung drückt die zur Bewegung eigentlich erforderliche Kraft, oder den Widerſtand aus, welchen die Bewegung der gehobenen

benen Waſſerſäule und übrigen ſchweren Maſſen verurſacht, und man ſieht, daß dieſer Widerſtand im verkehrten Verhältniß mit der Zeit ſteht, in welcher der Kolbenhub vollendet wird.

Man ſetze zum Beyſpiel, bey einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe ſey $\frac{W}{\omega} = 9$; $\frac{W}{\varphi} = 16$; $\frac{W}{a} = 9$; $l = 28'$; und $\delta = 4'' = \frac{1}{3}'$, ſo iſt nach §. 69.

$$B = 2 + 256 + 81\left(1 + \frac{28}{53\frac{1}{3}}\right) - 81 . 0{,}562$$

$$= 413{,}7, \text{ wofür man 414 ſetzen kann.}$$

Ferner ſey $b = 3'$, und $v = 150$, ſo wird $\frac{bB}{v} = \frac{1242}{150} = 8{,}28$; und $\frac{bB}{2v} = 4{,}14$, daher

$$E^{\frac{bB}{v}} = 3944{,}194,$$

$$\text{und } E^{\frac{bB}{2v}} = 62{,}8028 \text{ *)}$$

Dieß giebt

$$\frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}} = \frac{62{,}8028 + \sqrt{3943{,}194}}{62{,}8028 - \sqrt{3943{,}194}}$$

$$= \frac{62{,}8028 + 62{,}7962}{62{,}8028 - 62{,}7962} = \frac{125{,}599}{0{,}0064} = 19624.$$

Hievon iſt der gemeine Logarithmus 4,2927875, alſo der natürliche Log = 2,30258509 × 4,2927875 =

9,8845081 .... und das Quadrat hievon 97,71.

Nennt

*) Zur Bequemlichkeit bey dergleichen Berechnungen findet man in den Vega'ſchen und andern logar. Tabellen eine beſondere Tafel, worinn die Potenzen der Grundzahl der natürlichen Logarithmen von 0,01 bis 10 und weiter berechnet ſind.

Nennt man demnach die Höhe derjenigen Waſſerſäule, deren Gewicht auf der Fläche des Kolbens dem ganzen Widerſtande der Bewegung gleich iſt, z, ſo iſt für dieſen Fall (nach Pariſermaße)

$$z = \frac{150^2}{4 \cdot 15{,}09 \cdot 414\, t^2} \cdot 97{,}71 = \frac{2198475}{24989 \cdot t^2}$$

$$= \frac{83{,}5}{t^2}$$

alſo für $t = 4$ Sekunden, $z = 5{,}21$ Fuß

für $t = 3$ ——— $z = 9{,}27$ —

für $t = 2$ ——— $z = 20{,}875$ — u. ſ. f.

Man ſieht aus dieſem Beyſpiele, wie ſehr beträchtlich bey einer nach gewöhnlicher Art eingerichteten Saugpumpe der von dem Durchzuge des Waſſers durch die Saugröhren und Ventilöfnung und von der Trägheit der jedesmal von neuem in Bewegung geſezten Waſſerſäule und übrigen ſchweren Maſſen herrührende Widerſtand, beſonders bey einem etwas lebhaftern Gange der Maſchine, werden kann, und wie ſehr ſich diejenigen betrügen, welche glauben, zur Berechnung einer hydrauliſchen Maſchine wären keine Kenntniſſe in der höhern Mathematik erfordert, und man könnte mit der (freylich ſehr leichten) Berechnung der hydroſtatiſchen Laſt, welcher man, fürs Uebergewicht, blindlings etwas weniges zugiebt, allerdings zurechte kommen.

§. 79.

Da es indeſſen bey einer Maſchine im Groſſen, wo ohnehin viele Gröſſen (wie z. B. ρ) mehr geſchäzt als genau beſtimmt werden können, auf die ſtrengſte mathematiſche Schärfe auch nicht ankömmt, hingegen für die Anwendung einen weſentlichen Vortheil gewährt, wenn die Hauptformeln zur Auflöſung der wichtigſten Aufgaben ſo einfach und geſchmeidig als möglich eingerichtet ſind, ſo kann der lezten Aufgabe (§. 77.) noch auf folgende Art Genüge geſchehen.

I) Aus §. 73. erhellet, daß, auch bey einem ziemlich beträchtlichen Werthe von υ, die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben ſehr bald nach dem Anfange der Bewegung beynahe gleichförmig wird. Wenn $c = 0{,}99\ V$ geworden iſt, beträgt

der

der Unterſchied nur noch $\frac{1}{100}$ Theilchen, welches, da ohnehin c ſelten gröſſer, als 2 bis 3 Fuß angenommen werden kann, ſo viel als nichts bedeutet. Man darf daher, ſobald $c = 0{,}99 . V$ geworden iſt, von dieſem Augenblicke an die Maſchine im Beharrungsſtand, und die Bewegung als gleichförmig anſehen, und die hiezu nöthige Zeit allgemein, nach §. 73,

$$\tau = \frac{2{,}6466 . v}{\sqrt{(gB(\eta - \rho - H))}} \text{ ſetzen,}$$

oder, weil $\eta - \rho - H$ = dem ganzen Uebergewichte = z iſt,

$$\tau = \frac{2{,}6466 . v}{\sqrt{gBz}}.$$

II) Der in dieſer Zeit zurückgelegte Raum iſt zu Folge §. 75.

$$s = \frac{v}{B} . \text{lognat.} \frac{V^2}{V^2 - c^2}$$

alſo, wenn $c = 0{,}99 . V$ iſt,

$$s = \frac{v}{B} . \text{lognat} \frac{1}{1 - 0{,}9801}$$

$$= \frac{v}{B} . \text{lognat } 50{,}25$$

$$= \frac{v}{B} . 3{,}917.$$

III) Nach Verfluß der Zeit τ kann man nunmehr, ohne allen merklichen Fehler, die Geſchwindigkeit des Kolben

$$c = V = \frac{2\sqrt{[g(\eta - H - \rho)]}}{\sqrt{B}}$$

$$= \frac{2\sqrt{gz}}{\sqrt{B}},$$

und, wenn τ' die noch übrige Zeit ſeiner Bewegung ausdrückt, den in derſelben zurückgelegten Weg

$$e = V\tau'$$

ſetzen.

ſetzen. Heißt die ganze Zeit des Kolbenhubes t, der ganze Weg, oder die Länge des ganzen Hubes b, ſo hat man demnach

$$b = s + e = s + V\,\tau'$$

$$= 3{,}917\,\frac{v}{B} + V\left(t - \tau\right)$$

Weil nun $\tau = 2{,}6466\,\frac{v}{\sqrt{gBz}}$ iſt (I) ſo wird

$$b = 3{,}917\,\frac{v}{B} + \frac{2\sqrt{gz}}{\sqrt{B}}\left(t - 2{,}6466\,\frac{v}{\sqrt{gBz}}\right)$$

$$= 3{,}917\,\frac{v}{B} + 2t.\,\frac{\sqrt{gz}}{\sqrt{B}} - 5{,}2932\,\frac{v}{B}$$

$$= 2\,t.\,\frac{\sqrt{gz}}{\sqrt{B}} - 1{,}3762.\,\frac{v}{B}\,,$$

woraus ſich

$$z = \frac{B}{4g\,t^2}\left(b + 1{,}3762.\,\frac{v}{B}\right)^2$$

ergiebt.

Wenn man in dieſer Formel z. B. die im §. 78. angenommenen Werthe von B, b, v und g ſubſtituirt, ſo findet man

$$z = \frac{83{,}9}{t^2}$$

welches ſehr genau mit dem dort durch eine viel weitläuftigere Rechnung erhaltenen Reſultate übereinſtimmt.

§. 80.

Die lezte Gleichung für z läßt ſich auch unmittelbar aus dem §. 75. gefundenen Werthe von

$$s = 2\,\frac{v}{B}\,.\ \text{lognat}\left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} + 1}{2E^{\frac{tBV}{2v}}}\right]$$

herlei-

herleiten. Denn da in den meiſten Fällen $E^{\frac{tBV}{v}}$ eine ſo beträchtliche Zahl wird, daß die Einheit dagegen als unbedeutend vernachläſſigt werden darf, ſo kann man, ohne merklichen Fehler, $E^{\frac{tBV}{v}}$ ſtatt $E^{\frac{tBV}{v}} + 1$, mithin

$$s = 2\,\frac{v}{B}\,.\,\text{lognat}\,\frac{E^{\frac{tBV}{v}}}{2E^{\frac{tBV}{2v}}}$$

$$= 2\,\frac{v}{B}\,.\,\text{lognat}\,\frac{E^{\frac{tBV}{2v}}}{2}$$

$$= 2\,\frac{v}{B}\left(\text{lognat}\,E^{\frac{tBV}{2v}} - \text{lognat}\,2\right)$$

ſetzen. Iſt nun N diejenige Zahl, deren natürlicher Logarithmus $\frac{tBV}{v}$ iſt, ſo hat man

$$s = 2\,\frac{v}{B}\left(\tfrac{1}{2}\,\text{lognat}\,N - \text{lognat}\,2\right)$$

$$\frac{sB}{2v} = \tfrac{1}{2}\,\text{lognat}\,N - \text{lognat}\,2,$$

Daher

$$\text{lognat}\,N = \frac{sB}{v} + 2\,\text{lognat}\,2$$

oder

$$\frac{tBV}{v} = \frac{sB}{v} + 2\,\text{lognat}\,2.$$

$$= \frac{sB}{v} + 1{,}38629.$$

Dieß giebt

$$V = \frac{s + 1{,}38629\,\frac{v}{B}}{t}$$

Es iſt aber $V = \frac{2\sqrt{gz}}{\sqrt{B}}$,

Bayerische Staatsbibliothek München

Folglich, wenn man b ſtatt s ſezt;

$$z = \frac{B}{4gt^2}\left(b + 1{,}38629\,\frac{v}{B}\right)^2$$

§. 81.

Weil

$$\left(b + 1{,}38629\,\frac{v}{B}\right)^2 = b^2 + 2{,}77258\,\frac{bv}{B} + 1{,}92171996\,.\,\frac{v^2}{B^2},$$

ſo iſt auch

$$z = B\,.\,\frac{b^2}{4gt^2} + \frac{2{,}77258\,.\,b\,v + 1{,}92171996\,.\,\frac{v^2}{B}}{4gt^2}$$

$$= B\,.\,\frac{b^2}{4gt^2} + \frac{v}{4gt^2}\left(2{,}77..\,b + 1{,}92..\,\frac{v}{B}\right)$$

Wenn nun gar keine Beſchleunigung Statt fände, und die Geſchwindigkeit des Kolbens vom Anfange bis zum Ende des Hubes gleichförmig $= c$ wäre, ſo hätte man $c\,t = b$, und $\frac{b}{t} = c$, alſo $\frac{c^2}{4g} = \frac{b}{4gt^2}$ und $B\,.\,\frac{c^2}{4g} = B\,.\,\frac{b^2}{4gt^2}$, welches das ganze auf die Bewegung des Kolbens zu verwendende Uebergewicht wäre. Wegen des Widerſtandes der Trägheit der mit dem Kolben zugleich in Bewegung zu ſetzenden (flüſſigen und feſten) Maſſen, muß indeſſen dieſes Uebergewicht noch um

$$\frac{v}{4gt^2}\left(2{,}77..\,b + 1{,}92..\,\frac{v}{B}\right)$$

vermehrt werden. Der geſammte Widerſtand, welchen die bewegende Kraft beym Hube des Kolbens überwinden muß, zerfällt ſolchergeſtalt in drey Theile:

die hydroſtatiſche Laſt $W\,.\,H$,

den hydrauliſchen Widerſtand $W\,.\,B\,.\,\frac{b^2}{4gt^2}$,

den mechaniſchen Widerſtand

$$W\,.\,\frac{v}{4gt^2}\left(2{,}77\,.\,b + 1{,}92\,.\,\frac{v}{B}\right)$$

wozu noch der Widerſtand der Reibung des Kolbens an der innern Stiefelwand, $W\,.\,\rho$ kömmt.

§. 82.

Aufgabe. Die Dimenſionen des Kolbens einer Saugpumpe, nebſt der (beſtändigen) Kraft p, welche ihn niederdrückt, ſind gegeben; man ſucht die Beſchleunigung ſeiner Bewegung.

Auflöſung. Heißt der ganze Widerſtand gegen den niedergehenden Kolben R, die mit dem Kolben in Bewegung zu ſetzende Maſſe M, ſo iſt, dafern die Kraft p zu den beſtändigen gehört, die Beſchleunigung derſelben

$$f = g \cdot \left(\frac{p - R}{M}\right)$$

Nun ſey U die Geſchwindigkeit, mit welcher der Kolben niedergehen würde, wenn der geſammte Widerſtand mit der bewegenden Kraft ſchon im Gleichgewicht wäre, oder ſeine Geſchwindigkeit für den Beharrungsſtand; u ſeine wirkliche (veränderliche) Geſchwindigkeit, und K der beſtändige Koeffizient des Widerſtandes (§. 70). Ferner ſey ρ die Höhe einer Waſſerſäule, welche auf der Fläche des Kolbens dem Widerſtande ſeiner Reibung gleich iſt, und y die Höhe derjenigen Waſſerſäule, deren Gewicht auf der Grundfläche W der bewegenden Kraft p gleich iſt; ſo hat man

$$p = Wy = W\left(K \cdot \frac{U^2}{4g} + \rho\right)$$

und $$R = W\left(K \cdot \frac{u^2}{4g} + \rho\right)$$

Folglich

$$f = g \cdot \frac{W\left(K \cdot \frac{U^2}{4g} + \rho\right) - W\left(K \cdot \frac{u^2}{4g} + \rho\right)}{M}$$

$$= \frac{WK}{4M}\left(U^2 - u^2\right),$$

und,

und, wenn man M einer Waſſerſäule von der Grundfläche W und Höhe m gleich ſezt,

$$f = \frac{K}{4m}\left(U^2 - u^2\right).$$

§. 83.

Aufgabe. Die Dimenſionen des Kolbens, die Länge des Schubes b, und die Zeit t', in welcher dieſer vollendet werden ſoll, ſind gegeben. Man ſucht die nöthige Kraft p.

Auflöſung. I) Wenn man, nach der allgemeinen mechaniſchen Formel $dc = 2g\,dt$, hier

$$du = 2f.dt'$$

$$= \frac{K}{2m}\left(U^2 - u^2\right)dt'$$

ſezt, ſo findet man

$$t' = \frac{m}{KU}.\ \text{lognat}\left[\frac{U + u}{U - u}\right] \quad (§.\ 75.)$$

II) Iſt E die Zahl, deren natürlicher Logarithme = 1 iſt, ſo hat man (nach §. 75 — 76.)

$$u = U.\ \frac{\sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}{E^{\frac{Kb}{2m}}},$$

und, wenn man dieſen Werth ſtatt u in die lezte Gleichung für t' ſezt,

$$t' = \frac{m}{KU}.\ \text{lognat}\left[\frac{E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}{E^{\frac{Kb}{2m}} - \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}\right]$$

III) Weil

III) Weil nun $U = \frac{2\sqrt{gy}}{\sqrt{K}}$ iſt, ſo wird

$$y = \frac{p}{W} = \frac{m^2}{4g\,t^2.\,K}\left[\text{lognat}\,\frac{E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}{E^{\frac{Kb}{2m}} - \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}}\right]^2$$

Dieſe Gleichung giebt den vereinten hydrauliſchen und mechaniſchen Widerſtand gegen den niedergehenden Kolben für jeden Fall vollkommen genau, und man ſollte ſich daher, beſonders bey einem beträchtlichen Werthe von m, um ſo mehr an ſolche halten, als die Beſchleunigung beym Niedergange des Kolben, wegen des geringern Widerſtandes (wenn anders die Ventilöfnung nicht zu eng iſt) allemal weit beträchtlicher iſt, als beym Aufzuge. Indeſſen kann man ſich in allen Fällen, da der Werth des Exponenten $\frac{Kb}{m}$ nicht kleiner als 2 ausfällt, der kürzern und bequemern Formel

$$y = \frac{K}{4g\,t^2}\left(b + 1,386.\,\frac{m}{K}\right)^2$$

welche durch Annäherung aus denſelben Schlüſſen, wie jene für z (§. 80.) hergeleitet iſt, mit hinlänglicher Sicherheit bedienen.

§. 84.

Man ſetze den Exponenten $\frac{Bb}{v}$ (§. 77.) Kürze halber $= n$, ſo iſt

$$E^n - \left(E^n - 1\right) = 1.$$

Zerfällt man $E^n - \left(E^n - 1\right)$ in ſeine beyden Faktorn $E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^n - 1\right)}$ und $E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^n - 1\right)}$, ſo wird

$$1 = \left(E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^n - 1\right)}\right) \times \left(E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^n - 1\right)}\right)$$

und

und

$$\frac{1}{E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^{n} - \right)}} = E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}$$

Multiplizirt man beyderſeits mit $E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}$, ſo kömmt

$$\frac{E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}}{E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}} = \left(E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}\right)^{2}$$

zum Vorſchein. Es iſt alſo auch

$$\text{lognat}\left[\frac{E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}}{E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}}\right] = \text{lognat}\left(E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}\right)^{2}$$

$$= 2\ \text{lognat}\left(E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}\right)$$

und

$$\left[\text{logn.}\left\{\frac{E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}}{E^{\frac{n}{2}} - \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}}\right.\right]^{2} = 4\left[\text{logn.}\left(E^{\frac{n}{2}} + \sqrt{\left(E^{n} - 1\right)}\right)\right]^{2}$$

$$\text{Folglich}\quad \frac{v^{2}}{4 g t^{2} B}\left[\text{lognat}\left\{\frac{E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}{E^{\frac{bB}{2v}} - \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}}\right.\right]^{2}$$

$$= \frac{v^{2}}{g t^{2} B}\left[\text{lognat}\left(E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}\right)\right]^{2}$$

Hieraus

Hieraus ergiebt ſich

$$z = \frac{v^2}{Bgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}\right]\right]^2$$

und

$$\eta = H + \rho + \frac{v^2}{Bgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Bb}{v}} - 1\right)}\right]\right]^2$$

ein dem §. 77. gefundenen ganz gleich geltender Ausdruck für die ganze zur Bewegung des Kolbens bey ſeinem Aufzuge erforderliche Kraft, deſſen man ſich daher, ſeiner gröſſern Geſchmeidigkeit wegen, Vorzugsweiſe ſtatt jenem bedienen kann: ſo wie ſich auf eben dieſelbe Art für den niedergehenden Kolben

$$y = \frac{m^2}{Kgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}\right]\right]^2$$

ſtatt der §. 83. gefundenen Gleichung entwickelt.

Anmerkung. Derſelbe Ausdruck für z oder y läßt ſich auch ſchon unmittelbar aus der §. 75. gefundenen Gleichung zwiſchen der Zeit t und dem zurückgelegten Raum s herleiten. Sezt man nämlich dort ſtatt s die ganze Länge des Kolbenhubes b, ſo erhält man

$$\frac{bB}{v^2} = \text{lognat}\left[\frac{E^{\frac{tBV}{v}} + 1}{2E^{\frac{tBV}{2v}}}\right]$$

Folglich, wenn N diejenige Zahl anzeigt, deren natürlicher Logarithme $= \frac{tBV}{v}$ iſt,

$$\frac{bB}{2v} = \text{lognat}\left[\frac{N+1}{2\sqrt{N}}\right.$$

alſo auch

$$\frac{bB}{2v} \cdot \text{lognat } E = \text{lognat}\left[\frac{N+1}{2\sqrt{N}}\right.$$

und $$E^{\frac{bB}{2v}} = \frac{N+1}{2\sqrt{N}}.$$

Dieß

Dieß giebt

$$2E^{\frac{bB}{2v}}.\sqrt{N} - N = 1$$

oder

$$N - 2E^{\frac{bB}{2v}}.\sqrt{N} = -1.$$

Das Quadrat komplirt

$$N - 2E^{\frac{bB}{2v}}.\sqrt{N} + E^{\frac{bB}{2v}} = -1 + E^{\frac{bB}{2v}}$$

die Wurzel ausgezogen

$$\sqrt{N} - E^{\frac{bB}{2v}} = \pm\sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}$$

und, weil hier das poſitive Zeichen gelten muß,

$$\sqrt{N} = E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)},$$

alſo auch

$$\text{lognat } N^{\frac{1}{2}} = \text{lognat}\left[E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}\right]$$

$$= \tfrac{1}{2}\text{ lognat } N.$$

Es iſt aber $\text{lognat } N = \frac{tBV}{v}$,

daher

$$\frac{tBV}{2v} = \text{lognat}\left[E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}\right]$$

und $$V = \frac{2v}{Bt}.\text{ lognat}\left[E^{\frac{bB}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{bB}{v}} - 1\right)}\right].$$

Weil nun $V = \frac{2\sqrt{gz}}{\sqrt{B}}$ iſt, ſo ergiebt ſich

$$z = \frac{v^2}{Bgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Bb}{v}} - 1\right)}\right]\right]^2.$$

§. 85.

Ich habe ſchon oben (§. 70.) bemerkt, daß bey Beſtimmung der Koeffizienten B und K unter φ und μ keineswegs die ganze Weite der Ventilöfnungen, ſondern eigentlich nur diejenigen (zuſammengezogenen) Querſchnitte verſtanden werden müſſen, welche die aufgehobenen Klappen dem durchſtrömenden Waſſer darbieten, und welche allemal deſto kleiner ſind, je gröſſer das Gewicht dieſer Klappen iſt. Sollte dieſer Querſchnitt der ganzen, (zuſammengezogenen) Weite der Ventilöfnung gleich werden, ſo müßte, bey der gewöhnlichen Einrichtung dieſer Ventile, die Klappe ſich höher als unter einem Winkel von 45 Grad aufrichten. Da es indeſſen zur Vollkommenheit eines Ventils gehört, daß ſolches, bey jedesmaligem Wechſel des Kolbenzuges, in demſelben Augenblick, da der Kolben ſeinen Rückzug beginnt, ohne allen Zeitverluſt zufalle, weil ſonſt ein Theil der in den Stiefel eingezogenen Waſſermenge wieder durch die Ventilöfnung zurückfallen, und alſo unnütz verloren gehen würde, ſo darf man der Klappe keinen ſo hohen Hub geſtatten; und wenn man noch überdieß bedenkt, daß die geſchloſſene Klappe den ganzen Druck der über ihr ſtehenden Waſſer- und Luftſäule tragen, und bey jedesmaligem Zufallen einen nicht unbedeutenden Schlag aushalten muß (der deſto heftiger wird, je weiter die Klappe ſich aufgerichtet hat), ſo ſieht man wohl praktiſche Gründe genug, warum die Klappen vielmehr ſchwer als leicht gemacht werden müſſen. Ich glaube daher, daß man bey einer zweckmäſſigen Anordnung dieſer Art Ventile den eigentlichen Querſchnitt des durchſtrömenden Waſſers überhaupt nie gröſſer als $0,4 . \varphi$ oder $0,4 . \mu$ annehmen darf, um ſoviel mehr, als man auch auf das Anprellen des eindringenden Waſſerſtrahls, und die ſchiefe Richtung, welche er durch die Klappe erhält (wodurch der Widerſtand, beſonders bey engen Oefnungen, beträchtlich vermehrt wird), Rückſicht nehmen muß.

Zehentes Kapitel.

Vollſtändige Berechnung eines doppelten Saugwerks.

§. 86.

Da bey einer einfachen Saugpumpe der eigentliche Widerſtand, ſo wie die Wirkung, nur beym Aufzuge des Kolbens ſtatt findet, und die auf den Rückzug oder Schub deſſelben verwendete Zeit im Grunde unnütz verloren geht, ſo werden bey allen groſſen Waſſermaſchinen, welche durch beſtändig wirkende Kräfte betrieben werden, *) immer zwey dergleichen Pumpen von vollkommen gleichen Abmeſſungen ſo zuſammen geordnet, daß der eine Kolben in derſelben Zeit ſteigt, in welcher der andere fällt. Man gewinnt durch dieſe Einrichtung in doppelter Rückſicht: denn Erſtens wird der Widerſtand ſowohl als die Wirkung gleichförmig vertheilt, die Maſchine gießt währendem Zuge und Rückzuge der Kolben gleichviel Waſſer aus, und die bewegende Kraft wird in jedem Augenblicke benützt. Zweytens hebt ſich das Gewicht der Kolben, der Kolben- und Schachtſtangen u. d. gl. an beyden Pumpen gegenſeitig auf, ſo daß die bewegende Kraft auſſer der über und unter dem ſteigenden Kolben befindlichen Waſſerſäule keine Laſt zu heben hat.

Eine der gewöhnlichſten und zweckmäſſigſten Vorrichtungen, deren man ſich in Gruben und auf Salzwerken zu dieſem Ende bedient, ſind die ſogenannten Kunſtkreutze oder Winkelhebel (dergleichen Fig. 36. einer vorgeſtellt iſt), welche durch ein Waſſerrad mittelſt eines einfachen krummen Zapfens und der daran gehängten Korbſtange entweder unmittelbar, oder durch ein darzwiſchen geſtelltes Kunſt-

*) Z. B. Waſſerräder, Windmühlen, Roßkünſte. Die Dampfmaſchinen und Waſſerſäulenmaſchinen haben dieſe Einrichtung nicht nöthig, weil bey ihnen währendem Rückzuge des Kolbens auch die bewegende Kraft (die Luft- Dampf- oder Waſſerſäule) zu wirken aufhört, und ſie ſind daher größtentheils nur mit einfachen Sätzen vorgerichtet.

Kunſt= oder Feldgeſtänge ſo in Bewegung geſezt werden, daß die angewandte Kraft im Ziehen und Schieben einen gleichen Widerſtand überwindet. Und es iſt dieſe Anordnung mit vorgelegtem Zeuge in vielem Betrachte vortheilhafter, als wenn die Kolben= und Schachtſtangen unmittelbar unter das Rad an eine doppelt gebogene Kurbel, oder an zwey zu beyden Seiten deſſelben in entgegengeſezter Richtung befeſtigte Krummzapfen angehängt werden, wenn anders die Entfernung der Pumpen vom Rade nicht zu beträchtlich iſt, in welchem Falle das Geſchleppe des zwiſchen beyden angebrachten Geſtänges, und die daran vorfallenden Reibungen einen groſſen Theil der bewegenden Kraft rauben, und auch am Hube viel verloren geht.

§. 87.

Aufgabe. An zweyen vollkommen gleichen Pumpen Fig. 36, deren Kolben mittelſt eines ſogenannten Kunſtkreutzes ABD wechſelweiſe gehoben und niedergedrückt werden, ſind alle Abmeſſungen bekannt. Man ſucht die Kraft P, welche an der Korbſtange a a angebracht werden muß, um in der gegebenen Zeit t den einen Kolben aufzuziehen, und den andern niederzudrücken.

Aufløſung. Es ſey die Kraft, welche erfordert wird, den Kolben A in der Zeit t auf die Höhe b zu heben, dem Gewicht einer Waſſerſäule von der Höhe η auf der Grundfläche W; und diejenige Kraft, welche nöthig iſt, den Kolben B in derſelben Zeit eben ſo weit niederzuſchieben, dem Gewicht einer Waſſerſäule von der Höhe y auf derſelben Grundfläche gleich, ſo hat man, wenn alle im vorigen Kapitel angenommenen Benennungen beybehalten werden, nach §. 80.

$$\eta = H + \rho + z,$$

oder, wenn man auf das Verhältniß der Dicke der Kolbenſtange zur Weite des Stiefels mit Rückſicht nimmt (nach §. 69.) genauer

$$\eta = H + \rho + z - \frac{r}{W}\left(h - x\right).$$

Bedient

Bedient man ſich des §. 84. gefundenen Ausdruckes für z, ſo erhält man demnach

$$\eta = H - \frac{r}{W}\left(h - x\right) + \rho$$

$$+ \frac{v^2}{Bgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Bb}{v}} - 1\right)}\right]\right]^2.$$

Eben ſo findet man, nach §. 70. und §. 84.

$$y = \rho + \frac{r}{W}\left(h - x\right) + \frac{m^2}{Kgt^2}\left[\text{lognat}\left[E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}\right]\right]^2$$

Heißt der Abſtand der beyden Kolbenſtangen AC oder BC von der Achſe des Kunſtkreutzes i, der Abſtand CD der Korbſtange aa, oder der Abſtand der Kraft e, ſo folgt nunmehr

$$P = \frac{i}{e}\cdot W\left(\eta + y\right)$$

oder

$$P = \frac{i}{e} W\left[H + 2\rho + \frac{v^2}{Bgt^2}\left(\text{logn.}\left[E^{\frac{Bb}{2v}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Bb}{v}} - 1\right)}\right]\right)^2\right.$$

$$\left. + \frac{m^2}{Kgt^2}\left(\text{logn.}\left[E^{\frac{Kb}{2m}} + \sqrt{\left(E^{\frac{Kb}{m}} - 1\right)}\right]\right)^2\right]$$

§. 88.

Wem es bey der Anlage einer groſſen koſtbaren Maſchine nicht ſeiner Mühe werth dünkt, auf die genaueſte Berechnung der zum Betrieb derſelben erforderlichen Kraft eine Stunde Zeit und einen Bogen Papier zu verwenden, der mag ſich mit den §. 80. und §. 83. angegebenen kürzern und bequemern Formeln für z und y begnügen, welche auch für die meiſten Fälle mit hinreichender Genauigkeit anzuwenden ſind. Es wird nämlich, nach dieſen, wenn man 1,39 ſtatt 1,38629 der Kürze und Sicherheit wegen ſezt,

P =

$$P = \frac{i}{e} \cdot W \left[H + 2\rho + \frac{B}{4gt^2}\left(b + 1,39 \frac{\upsilon}{B}\right)^2 + \frac{K}{4gt^2}\left(b + 1,39 \frac{m}{K}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{i}{e} \cdot W \left[H + \frac{B\left(b + 1,39 \frac{\upsilon}{B}\right)^2 + K\left(b + 1,39 \frac{m}{K}\right)^2}{4g \cdot t^2} + 2\rho \right]$$

in Kubickfuſſen Waſſer ausgedrückt.

§. 89.

Um die Gröſſen υ und m für jeden beſondern Fall zu beſtimmen, muß man zuerſt die Momente der Trägheit aller mit den Kolben zugleich in Bewegung geſezten ſchweren Maſſen (die Waſſerſäulen über und unter den Kolben mit eingerechnet) nach den bekannten Lehren der Mechanik aufſuchen, und die Summe derſelben durch das Quadrat der Entfernung der Kolbenſtangen von der Achſe des Kunſtkreutzes dividiren; ſo giebt der Quotient den kubiſchen Inhalt einer Waſſermaſſe, welche, wenn ſie unmittelbar an der Kolbenſtange angebracht wäre, auf die Beſchleunigung der Bewegung denſelben Einfluß haben würde, wie die verſchiedenen Theile der Maſchine in ihren mannigfaltigen Stellungen und Entfernungen zuſammengenommen äuſſern. Wenn man daher dieſe gefundene Maſſe durch die Fläche des Kolbens W dividirt, ſo kommt υ oder m zum Vorſchein.

Es ſeyen z. B. an dem doppelarmigen Hebel AB (Fig. 39.) verſchiedene Maſſen p, q, s, Q in den Entfernungen Ac, mc, nc, Bc angebracht, und es ſey $Ac = \alpha$; $mc = \beta$; $nc = \gamma$; $Bc = i$, ſo iſt das Moment der Trägheit der Maſſe p, $= p \cdot \alpha^2$

der Maſſe q, $= q \cdot \beta^2$

der Maſſe s, $= s \cdot \gamma^2$

der Maſſe Q, $= Q \cdot i^2$ u. ſ. f.

Folglich diejenige Maſſe, welche am Ende b angebracht, in Bezug auf die Beſchleunigung des Hebels, allen dieſen Maſſen equivalent wäre,

$$M = \frac{p \cdot \alpha^2 + q \cdot \beta^2 + s \cdot \gamma^2 + Q \cdot i^2 \ldots\ldots}{i^2}$$

Dieſe

Dieſe Maſſe durch einen Waſſerzylinder von der Grundfläche W und Höhe θ ausgedrückt iſt $M = \theta W$, alſo

$$\theta = \frac{M}{W} = \frac{p.\alpha^2 + q.\beta^2 + s.\gamma^2 + Q.i^2 \ldots}{W.i^2}$$

Hiezu kömmt nun noch die Trägheit der zu hebenden Waſſermaſſen ſelbſt, und es iſt hiebey nicht nur die über dem Kolben befindliche und von ſelbem gehobene, ſondern auch die unter demſelben und im Saugrohr enthaltene durch den Kolben aufwärts gezogene Waſſerſäule in Rechnung zu bringen. Denn obwohl leztere eigentlich nicht vom Kolben ſelbſt, ſondern von der auf die untere Waſſerfläche drückenden Atmosphäre in Bewegung geſezt wird, ſo entſteht doch eben daher (weil der Gegendruck von unten an den Kolben vermindert wird) eine in demſelben Maaße vermehrte Preſſung der Atmosphäre auf den Kolben von oben, und es iſt alſo auch in Rückſicht auf den mechaniſchen Widerſtand eben ſo viel, als ob der Stiefel in der tiefſten Stelle, das Saugrohr über demſelben, und alles Waſſer von dem Kolben von unten aufwärts gedrückt würde.

Hat das Saugrohr mit dem Stiefel einerley Weite, folglich die in beyden ſteigende Waſſerſäule dieſelbe Geſchwindigkeit, mit welcher der Kolben bewegt wird, ſo iſt das ganze Moment der Trägheit der gehobenen Waſſermaſſen $= WH.i^2$.

Iſt hingegen die Weite des Saugrohrs $\omega < W$, ſo muß auch die Geſchwindigkeit der in demſelben ſteigenden Waſſerſäule $v > c$ ſeyn, wenn c die Geſchwindigkeit des Kolbens iſt, und man kann ſich die Sache ſo vorſtellen, als ob die im Saugrohr enthaltene Waſſerſäule in einer Entfernung angebracht wäre, die ſich zur Entfernung des Kolbens verhält wie $v : c = W : \omega$. Heißt demnach die ganze Länge des Saugrohrs λ, und die Höhe des Stiefels vom Ventile bis zum Ausguß h, ſo iſt das Moment der Trägheit der im Stiefel enthaltenen Waſſerſäule

$$Wh.i^2,$$

und das Moment der Trägheit der im Saugrohr enthaltenen Waſſerſäule

$$\omega\lambda.i^2.\frac{W^2}{\omega^2} = i^2.\lambda.\frac{W^2}{\omega},$$

folglich

folglich die Höhe einer Waſſerſäule von der Grundfläche W, welche auf die Bewegung des Kolben denſelben Einfluß haben würde, wie dieſe beyden Waſſerſäulen zuſammen,

$$h + \lambda . \frac{W}{\omega},$$

und überhaupt

$$\upsilon = \theta + h + \lambda . \frac{W}{\omega} .$$

Man ſieht hieraus, daß der Widerſtand, welchen die Trägheit des im Saugrohr enthaltenen Waſſers verurſacht, deſto beträchtlicher ausfallen muß, je enger die Saugröhre im Verhältniß gegen den Stiefel iſt, und daß dieſer Widerſtand deſto kleiner wird, je gröſſer das Verhältniß von ω zu W iſt.

§. 90.

Für ρ oder die abſolute Gröſſe der Reibung zwiſchen dem Kolben und der Stiefelwand läßt ſich keine allgemeine ſichere Beſtimmung feſtſetzen, theils, weil uns bis jezt noch Verſuche über dieſen Gegenſtand fehlen, theils, weil hiebey gar zu viel auf die mehr oder minder vollkommene und genaue Anfertigung des zylindriſchen Kolbenrohrs, und ſelbſt auf die Art der Liederung ankommt. Da indeſſen die Kolben überhaupt deſto ſchärfer und dichter geledert ſeyn müſſen, je höher die auf dieſelben drückende Waſſer- und Luftſäule iſt, damit kein Waſſer zwiſchen denſelben und den Stiefelwänden durchdringen könne, ſo begreift man wohl vorläufig, daß die Gröſſe dieſes Widerſtandes mit dem hydroſtatiſchen und hydrauliſchen Drucke in einem gewiſſen geraden Verhältniſſe ſtehen müſſe. Auch fügt ſich dieſes bey der ſogenannten Kappen- Stiefel- oder Sturzliederung von ſelbſt, indem der obere Theil des ledernen Sturzes beym Steigen des Kolben von der darauf liegenden Waſſerſäule ſelbſt aus einander und ringsum an die Wand des Kolbenrohrs angepreßt wird.*)

Herr

*) Dieſe Reibung nimmt indeſſen, wie die Erfahrung zeigt, in einem geringern Verhältniſſe zu, als die drückenden Waſſerſäulen, ſo daß für denſelben Kolben, bey einer doppelten Waſſerhöhe, der Widerſtand der Reibung nur etwa $1\frac{1}{2}$ mal ſo groß ausfällt.

Herr Rath Langsdorf glaubt in dem angeführten Lehrbuch der Hydraulik, bey einem gutpolirten eiſernen Kolbenrohr dürfe man

$$\rho = 0{,}1\ H \left(\frac{D}{D + 0{,}5} + 0{,}5\right)$$

annehmen, wenn H die ganze Waſſerhöhe vom Sumpf bis zum Ausguß, und D den Durchmeſſer des Stiefels in Fußmaaß ausdrückt. Dieß gäbe z. B. für einen zwölfzölligen gewöhnlichen niedern Satz, wenn man $H = 32'$ ſezt, $\rho = 3{,}733$ oder beynahe $3\frac{3}{4}$ Fuß, folglich die Reibung des Kolbens allein ſchon dem neunten Theil der ganzen hydroſtatiſchen Laſt gleich, und, weil dieſer Widerſtand beym Rückzuge des Kolbens eben ſo wie beym Hube, mithin für jedesmaligen Ausguß der Pumpe zweymal vorkömmt, eigentlich $\frac{1}{4{,}5}$ der Waſſerlaſt. Nun glaube ich zwar allerdings, daß dieſer Widerſtand bey den nach deutſcher Art nur ausgezogenen, nicht gebohrten, eiſernen Kolbenröhren ſo beträchtlich, ja wohl noch gröſſer, ausfallen dürfte; doch halte ich mich, zufolge eigener über dieſen Gegenſtand in England gemachter Beobachtungen, berechtigt, die Reibung eines nach engliſcher Art über den Sturz gelederten Kolben in einem eiſernen auf einer guten Bohrmaſchine genau ausgebohrten Zylinder nicht höher als zu 1 ℔ für jeden Zoll des Durchmeſſers und jede 10 Fuß der drückenden Waſſerſäule anzuſetzen. Dieß giebt, wenn H in Füſſen, D in Zollen gegeben iſt, den Widerſtand der Reibung

$$F = 0{,}1 \,.\, H \,.\, D \,.\, 1\ ℔$$

folglich, wenn man nach engliſchem Maaß und Gewichte den Kubickfuß Waſſer zu $62\frac{1}{2}$ ℔ annimmt,

$$F = 0{,}1 \,.\, HD\ \frac{1}{62{,}5}\ \text{Kubickfuß Waſſer}$$

$$= \frac{HD}{625} = W \,.\, \rho$$

wenn W in Quadratfuſſen ausgedrückt iſt. Wird aber W in Quadratzollen gegeben, ſo iſt

$$\frac{W}{144} \,.\, \rho = \frac{HD}{625}$$

alſo

also $\rho = \frac{144}{625} \cdot \frac{H.D}{W} = \frac{144}{625} \cdot \frac{H.D}{0{,}785.D^2}$

$$= 0{,}293 \frac{H}{D}$$

wofür man Kürze halber

$$\rho = 0{,}3 \cdot \frac{H}{D}$$

ſetzen kann, wenn nämlich ρ und H in Fuſſen, und D in Zollen ausgedrückt wird.

Indeſſen rathe ich zur Sicherheit bey allen in Deutſchland (wo man leider noch mit dem Anlagskapital groſchenweiſe ſpart, und dafür an Kraft, Wirkung und Unterhaltungskoſten Thalerweiſe verſchwendet) mit ungebohrten Kolbenröhren zu machenden Anlagen die obige Beſtimmung des Herrn Raths Langsdorf beyzubehalten.

§. 91.

Bey den im vorigen §. angegebenen Beſtimmungen von ρ iſt nur von derjenigen Reibung die Rede, welche von dem durch ſeine eigene Elaſtizität, oder durch den Druck des Waſſers ringsum gleich ſtark an die Stiefelwand gedrängten Leder herrührt, und es wird hiebey vorausgeſezt, daß die Richtung der Kolbenſtange beym Hub und Schub immer genau in der verlängerten Achſe des Kolbenrohrs bleibe, und dieſes ſelber ganz ſaiger ſtehe. Diejenige Reibung, welche von dem Seitendrucke der von dieſer Richtung abweichenden Kolbenſtange, ſo wie jene, welche von dem Aufliegen des Kolbens in einem donlegigen oder flach gelegten Satze entſteht, und welche in manchem Falle noch beträchtlicher als die erſte ſeyn kann, iſt hiebey gar nicht in Rechnung gebracht. Uebrigens iſt noch zu bemerken, daß, da bey einem über den Sturz geliederten Kolben im Niedergehen das von unten eindringende Waſſer den Obertheil der Kappe eben ſo zuſammen drückt, als ſolcher beym Steigen von der obern Waſſerſäule auseinander getrieben wird, der Widerſtand der Reibung beym Schube ganz unbedeutend iſt, folglich bey einer ſolchen Lederung in denen §. 87 und 88. beſtimmten Formeln nur ρ ſtatt 2ρ geſezt werden darf; worinn eben auch einer der weſentlichſten Vorzüge der Sturzliederung vor der gewöhnlichen Scheibenliederung beſteht.

§. 92.

Wenn bey einer Saug- und Hebpumpe die Ventile genau anſchlieſſen, das Kolbenrohr eine vollkommen zylindriſche Geſtalt hat, und der Kolben allenthalben vollkommen dichte anpaſſet, ſo wird beym Hube eine Waſſermenge

$$G = Wb$$

durch das untere Ventil aus der Saugröhre in den Stiefel eingezogen, und zu gleicher Zeit über demſelben eine Waſſermenge

$$N = \left(W - r\right) b$$

ausgeſchüttet.

Weil nun die ganze Waſſermaſſe G beym Niedergange des Kolbens durch die in demſelben befindliche Ventilöfnung über denſelben in einen Querſchnitt $W - r < W$ übertretten muß, ſo iſt klar, daß der durchgedrückte Waſſerzylinder daſelbſt eben ſo viel an ſeiner Länge zunehmen müſſe, als ſeine Grundfläche vermindert wird, folglich während dieſer Zeit oben an der Ausgußſtelle eine Waſſermaſſe überlaufe, welche den Unterſchied der Längen dieſer beyden Zylinder zur Höhe und $W - r$ zur Grundfläche hat. Dieſe Waſſermaſſe heiſſe q, die Länge, welche die Waſſermaſſe $G = Wb$ über dem Kolben einnimmt, $b + x$, ſo wird $q = x\,(W - r)$,

$$\left(b + x\right)\left(W - r\right) = Wb,$$

alſo $$x\left(W - r\right) = Wb - b\left(W - r\right)$$

Das iſt $q = br$

ſeyn. Weil aber $br + b\,(W - r) = bW$ iſt, ſo hat man auch $q + N = G$.

Das heißt: Die Summe der vom Kolben während ſeinem Steigen ausgehobenen, und der von demſelben bey ſeinem Nieder-

Niedergange ausgedrückten Waſſermengen iſt allemal dem Produkte aus der ganzen Kolbenfläche in die Länge des Hubes gleich.

Die Pumpe liefert nämlich beym Schub des Kolbens denjenigen Theil der eingezogenen Waſſermenge, welchen ſie beym Hube zurückgehalten hat.

Man ſieht hieraus, daß es in Rückſicht auf die Wirkung vollkommen gleichgiltig ſey, in welchem Verhältniſſe die Dicke der Kolbenſtange (ſo weit ſolche im Waſſer geht) zur Weite des Stiefels oder des Aufſatzrohrs ſtehe, da die auf ein ganzes Kolbenſpiel ausgeſchüttete Waſſermenge allemal $= \mathrm{W\,b}$ bleibt.

Auf den Widerſtand beym Aufziehen und Niederdrücken des Kolbens hat zwar der Werth von $\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{W}}$ einen merklichen Einfluß; doch wird auch dieſer in dem einen Zeitpunkte gerade ſo viel vermehrt, als er in dem andern vermindert wird, und bey einem doppelten Saugwerk fällt der von dieſem Umſtande herrührende Unterſchied gänzlich weg, da ſich die Glieder $-\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{W}}(\mathrm{h}-\mathrm{x})$ und $+\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{W}}(\mathrm{h}-\mathrm{x})$ (§. 87.) allemal einander aufheben, der Werth von $\frac{\mathrm{r}}{\mathrm{W}}$ mag ſeyn, welcher er wolle.

Wollte man bey einer einfachen Pumpe eine ſolche Einrichtung treffen, daß beym Hub und Schub gleich viel Waſſer ausgegoſſen würde, ſo müßte $\mathrm{q} = \mathrm{N}$, d. i.

$$\mathrm{b\,r} = \left(\mathrm{W} - \mathrm{r}\right)\mathrm{b},$$

alſo $$2\,\mathrm{b\,r} = \mathrm{W\,b}$$

oder $$\mathrm{r} = \frac{1}{2} \cdot \mathrm{W}$$

gemacht werden. Und dann wäre auch der von dem über dem Kolben ſtehenden Waſſer verurſachte Widerſtand in beyden Zeiten gleich groß.

§. 93.

Für ein Beyſpiel zur vollſtändigen Berechnung eines doppelten Saugwerks nehme man den Durchmeſſer der Kolbenröhren 12 Zoll, der Saugröhren 3 Zoll,

der

der Ventilöfnung 2 Zoll, die untere Oefnung der Saugröhren 5 Quadratzoll, und die Länge derſelben 25 Fuß an. Dieß giebt

$D = 12''$ alſo $W = 113$.

$\delta = 3'' — — \omega = 7$.

$l = 25'$.

$\varphi = 0{,}785 \cdot 4 = 3{,}14$, wegen der Zuſammenziehung und dem Widerſtand des Ventils aber höchſtens $\varphi = 1{,}5$.

$a = 5$, alſo

$$\frac{W}{\varphi} = 75{,}3;\ \frac{W}{a} = 22{,}6;\ \text{und}\ \frac{W}{\omega} = 16{,}14,$$

$$\frac{\varphi}{\omega} = 0{,}214,\ \text{und}\ \frac{a}{\omega} = 0{,}714,$$ mithin nach §. 69,

$$B = 2 + 75{,}3^2 + 22{,}6^2 + 16{,}14^2 \left(1 + \frac{25 \cdot 12}{53 \cdot 3} - 0{,}928\right)$$

$$= 2 + 5670 + 510{,}76 + 260{,}5 \left(2{,}886 - 0{,}928\right)$$

$$= 6692.$$

Der Kolben ſey mit Scheiben geliedert, und habe 6 Löcher jedes von 2 Zoll im Durchmeſſer, ſo iſt die Summe dieſer Oefnungen $6 \cdot 3{,}14 = 18{,}8$ Quadratzoll. Wegen der Zuſammenziehung und dem Widerſtande der Scheiben darf man indeſſen höchſtens $\mu = 5$ ſetzen; hiemit wird nach §. 70,

$$K = 2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{r}{W} = 2 + 22{,}6^2 = 512{,}76,$$

mit Vernachläſſigung des unbedeutenden Bruches $\frac{r}{W}$

$$K = 512.$$

Ferner ſey $v = 100$; $m = 70$; die Länge des Hubes $b = 4$ und $4g = 60{,}36$ nach Pariſermaaße, ſo ergiebt ſich nach §. 88,

P =

$$P = \frac{i}{e} W \left[H + \frac{6692\left(4 + 1,39 \cdot \frac{100}{6324}\right)^2 + 512\left(4 + 1,39 \cdot \frac{70}{512}\right)^2}{60,36\, t^2} + 2\rho \right]$$

$$= \frac{i}{e} W \left(H + 2\rho + \frac{128524}{60,36\, t^2} \right)$$

$$= \frac{i}{e} W \left(H + 2\rho + \frac{2130}{t^2} \right)$$

Nimmt man die ganze Waſſerhöhe $H = 30'$ an, ſo wird, bey der Scheibenliederung, nach Herrn Langsdorfs Beſtimmung $\rho = 3,5$ beynahe, mithin der ganze Widerſtand auf den Kolben dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe $37 + \frac{2130}{t^2}$ gleich, da das lezte Glied das zur Bewegung erforderliche Uebergewicht ausdrückt. Sollte nun der Hub des einen und der Schub des andern Kolben in 2 Sekunden geſchehen, ſo würde der ganze zu überwindende Widerſtand in der Entfernung der Kolbenſtangen dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe

$$37 + 532 = 569 \text{ Fuß!}$$

gleich, indeß die eigentliche unvermeidliche Laſt nur eine Waſſerſäule von 30 Fuß iſt! —

Für t = 3	Sekunden würde die ganze Widerſtandshöhe . .	273.
Für t = 4	. . . .	170.
Für t = 5	. . . .	121.
Für t = 6	. . . .	96.
Für t = 7	. . . .	80.
Für t = 8	. . . .	70.
Für t = 9	. . . .	63.
Für t = 10	. . . .	58.
Für t = 15	. . . .	46,4.

Die Kunſt könnte demnach, ohne die auſſerordentlichſte Kraftverſchwendung, nur höchſtens 2 Kolbenſpiele in einer Minute machen, und ſelbſt bey einem ſo äuſſerſt langſamen Gange (wobey die Sätze nach ihrer gewöhnlichen Einrichtung die

Hälfte

Hälfte des gehobenen Waſſers fallen laſſen) betrüge das erforderliche Uebergewicht noch 9,4 Fuß, alſo beynahe $\frac{1}{3}$ der wahren Laſt.

Da die hier angenommenen Abmeſſungen keineswegs übertrieben, und ganz ſo ſind, wie man ſie noch bey einigen der beſſern Bergwerksmaſchinen in Deutſchland antrift *), ſo mag dieſes Beyſpiel zum überzeugenden Beweiſe dienen, wie höchſt elend und mangelhaft überhaupt noch der Zuſtand unſers Maſchinenweſens, und wie unentbehrlich eine geſunde und richtige Theorie (mit etwas mehr als Elementarkenntniſſen aus der Mathematik) zu einer zweckmäſſigen vortheilhaften Anlage hydrauliſcher Maſchinen, ſo wohl als zur Berechnung derſelben, iſt.

Um nun dagegen die Vortheile einer auf richtigern Grundſätzen beruhenden Anordnung zu zeigen, will ich für dieſelben Werthe von D, b, l, H, v und m, d. i. für dieſelben Data

$$\delta = 6 \text{ Zoll, alſo } \omega = 28,$$

$$\varphi = 8,$$

$$a = \omega = 28$$

ſetzen, ſo wird der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes für den Hub des Kolbens, oder

$$B = 228,$$

Ich nehme ferner an, daß der Kolben mit einer 7 Zoll weiten Oefnung und einer darauf liegenden beweglichen Klappe verſehen ſey, ſo kann man $\mu = 15$ ſetzen, und es wird für dieſe Einrichtung (nach §. 69.) der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes für den Kolbenſchub, oder

$$K = 2 + \frac{W^2}{\mu^2} - 2\frac{\mu}{W} - \frac{W}{\mu}$$

$$= 50,9.$$

Dieß

*) Ich habe wohl 12zöllige Sätze mit zweybohrigen Saugröhren, und eben ſo groſſe Kolben mit 6 einzölligen Löchern geſehen.

Dieß giebt nach derſelben Formel (§. 88.)

$$P = \frac{i}{e} . W \left(30 + 2\,\rho + \frac{6620}{60,36 . t^2} \right)$$

$$= \frac{i}{e} . W \left(30 + 2\,\rho + \frac{109,6}{t^2} \right)$$

Sind nun noch die Kolben über den Sturz nach engliſcher Art geledert, und die Kolbenröhren gut gegoſſen und genau ausgebohrt, ſo beträgt der Widerſtand der Reibung (§. 90.) nicht mehr als 3 ℔ für jeden Zoll des Durchmeſſers, oder $\rho = 0,3 . \frac{30}{12} = \frac{3'}{4}$ wofür man zur Sicherheit $\rho = 1$, dagegen aber in die Gleichung nur ρ ſtatt $2\,\rho$ ſetzen mag, weil bey dieſer Liederung die Reibung im Niedergehn des Kolben wegfällt.

Hieraus ergiebt ſich demnach für den geſammten Widerſtaud eine Druckhöhe

$$31 + \frac{109,6}{t^2}$$

alſo für t = 2 Sekunden die ganze Druckhöhe . . . = 58,4
für t = 3″ . . . . . = 43,1
für t = 4″ . . . . . . = 37,8
für t = 5″ . . . . . . = 35,3
für t = 6″ . . . . . . = 34.
für t = 7″ . . . . . . = 33.

Der geſammte Widerſtand wird daher bey dieſer Einrichtung, wenn die Kolben 15 mal in einer Minute ſpielen, nicht gröſſer ſeyn, als ſolcher bey den vorhin angenommenen Verhältniſſen für 3 Kolbenſpiele in derſelben Zeit iſt. Und da hier für t = 4 (d. i. für $7\frac{1}{2}$ Kolbenſpiele in der Minute) die widerſtehende Druckhöhe nur 37,8′, dort hingegen, für dieſelbe Geſchwindigkeit = 170′ iſt, ſo erhellet, daß mit derſelben Kraft, welche angewendet werden müßte, beyde Pumpen nach denen zuerſt angegebenen Dimenſionen $7\frac{1}{2}$ mal in der Minute auf der Höhe von 30 Fuß ausgieſſen zu machen, bey der lezten Einrichtung eben ſo viele Hübe von gleichem Inhalt bey einer Waſſerhöhe von 170 — 7,8 = 162,2 Fuß erhalten würden, und daß ſich folglich die nutzbare Wirkung der Maſchine im lezten Falle zu jener im erſten, wie 162 : 30 = 5,4 : 1 verhält.

Anmer-

Anmerkung. Der Vortheil, den eine hinlängliche Weite der Saugröhren und Ventilöfnungen, in Rückſicht auf Kraftersparniß und Wirkung gewährt, iſt nämlich deſto beträchtlicher, je ſchneller die Maſchine arbeiten, d. i. je mehr Kolbenhübe in einer Minute geſchehen ſollen. Bey einer ſehr langſamen Bewegung wird der Unterſchied, den die gröſſere oder geringere Weite dieſer Querſchnitte verurſacht, minder beträchtlich, und eben darum der nachtheilige Einfluß der zu engen Röhren und Ventile minder auffallend. Wenn die Saugröhren, wie gewöhnlich, ſo lang gemacht werden, daß der Kolben in ſeinem höchſten Stande beynahe 32 Fuß ſaiger von der untern Waſſerfläche entfernt iſt, ſo kann freylich der Druck auf denſelben, bey einem ordinären niedern Satze, nie gröſſer als 33 bis 34 Fuß werden, ſoviel nämlich das ganze Gewicht der Atmosphäre + der kleinen über dem Kolben ſtehenden Waſſerſäule beträgt. Und wenn dann der Kolben nur nicht ſchneller aufgezogen wird, als ihm das Waſſer von dem ſchwachen Uebergewichte der untern Luftſäule nachgedrückt werden kann, ſo daß der Raum unter demſelben in jedem Augenblick mit Waſſer ausgefüllt bleibt, ſo geht im Grunde beym Hube ſo ſehr viel Kraft nicht verloren. Allein eben die Nothwendigkeit, dieſe Pumpen ſo äuſſerſt langſam zu bewegen (weil ſie ſonſt nicht ihren vollen Hub Waſſer geben) iſt, meiner Meinung nach, der größte Nachtheil, den lange und enge Saugröhren mit ſich bringen, theils, weil man den Gang einer ſolchen Maſchine gar nicht forçiren, folglich auch, bey auſſerordentlichem Waſſerzufluß, ohne neu angehängte beſondere ſogenannte Noth- oder Hilf-Sätze nicht gewältigen kann, theils weil bey ſo einem Schneckengange eine beſtimmte Waſſermenge nur durch ſehr weite und mehrere nebeneinander geſtellte Sätze erhalten werden kann, da hingegen bey einem lebhaften Kolbenſpiel dieſelbe Menge mit wenigern und minder weiten Kolbenröhren, folglich mit einer beträchtlichen Erſparniß an Raum, Reibung, Anlags- und Unterhaltungskoſten, gehoben wird.

Im Vorbeygehen muß ich hier, der Seltenheit wegen, einer noch vor wenigen Jahren von Herrn Profeſſor Lempe in Freyberg öffentlich vorgetragenen, und im Bergmänniſchen Journal für Monat November 1790 gedruckten ſehr ſonderbaren und ganz neuen Theorie der doppelten Saugwerke erwähnen, welche von der meinigen gänzlich abweicht. Nach Herrn Lempe (a. O. Seite 436) "bringt es" nämlich "die Natur der Saugwerke mit ſich, daß die

"zu

"zu hebende Laſt veränderlich iſt, welches ſchon vorläufig dar-"aus erhellet, daß die Kolben zu Anfange ihres Aufſteigens eine "gröſſere Waſſerſäule zu tragen haben, als wenn ſie ſich in ihrem "höchſten Stande befinden. Zwar müſſen die aufgehenden Kol-"ben noch mit den Druck der Atmosphäre überwinden; aber die-"ſer Druck äuſſert ſich auch auf die niedergehenden Kolben, und "ſucht ſelbige mit nieder und folglich jene mit aufwärts zu be-"wegen. Hiedurch entſteht zwiſchen beyden Preſſungen ein "Gleichgewicht, wenn jedes Paar zuſammengehörige Sätze "durchgängig gleich gebaut ſind, und daher hat die Kraft bey "den aufgehenden Kolben nur den von den über ihnen ſich befin-"denden Hubwaſſern herrührenden Druck zu überwinden." Und ebendaſelbſt Seite 439: "Jener Kolben hat nun die über ihm ſtehen-"de Waſſerſäule in die Höhe zu drücken; inzwiſchen kömmt ihm "die über dem niedergehenden Kolben zu Hilfe, und die Preſſun-"gen der Atmosphäre ſind im Gleichgewichte" u. ſ. w.

Ich überlaſſe es meinen Leſern, ſich die Möglichkeit pſychologiſch zu er-klären, wie ein ſonſt in der Mathematik geübter Schriftſteller eine ſo handgreif-liche, jedem Anfänger in der Hydraulik auffallende, Abſurdität wachend behaup-ten, und öffentlich von ſich geben konnte. Ich wenigſtens muß geſtehen, daß ich meinen Augen kaum traute, als mir zuerſt die hier angeführte, Wort für Wort abgeſchriebene, Stelle jenes Aufſatzes zu Geſichte kam. Hier hätten wir alſo bey einem doppelten Saugwerk ſtatt einer ſaigern Waſſerhöhe von 30 bis 32 Fuß nur einen Druck von 2 bis 3 Fuß zu überwinden, und der nieder-gehende Kolben, ſtatt den Widerſtand zu vermehren, käme der bewegenden Kraft, wie der Treibkolben einer Waſſerſäulenmaſchine, zu Hilfe! — Daß dieſes geſche-hen müßte, wenn die Klappe auf dem Kolben während deſſen Niedergange ge-ſchloſſen und dagegen das Thürel zwiſchen dem Stiefel und der Saugröhre offen wäre, (in welchem Falle aber freylich die beym Steigen des Kolben gehobene Waſſerſäule wieder eben ſo weit zurück ſinken, folglich von den Pumpen gar kein Waſſer gehoben würde) daran iſt gar kein Zweifel. Allein wie die im Saug-rohr befindliche unbewegliche Waſſerſäule bey verſchloſſener Klappe, da ſie mit dem im Stiefel befindlichen Waſſer und der untern Kolbenfläche nicht

die geringſte Gemeinſchaft hat, dieſe Wirkung herfürbringen, und wie die Atmosphäre auf die obere Fläche des niedergehenden Kolben einen aktiven Druck äuſſern ſollte, da die Klappe in demſelben offen, mithin das Gleichgewicht zwiſchen dem Luftdruck auf die obere und untere Fläche deſſelben durch das Medium des über und unter ihm in vollkommner Kontinuität befindlichen Waſſers ganz hergeſtellt iſt; hierüber hat ſich Herr Profeſſor Lempe noch bis jezt nicht erklärt; auch iſt ihm nicht beygefallen, daß ja die Klappe auf dem Kolben bey deſſen Niedergang ſich nicht öfnen könnte, wenn nicht der Druck gegen dieſelbe von unten, mithin gegen die ganze untere Kolbenfläche wirklich gröſſer als der vereinte Luft- und Waſſerdruck von oben wäre. Zu bedauern iſt es indeſſen, daß die Natur auch hier die fatalen Geſetze der Schwere, und nicht die von Herrn Profeſſor Lempe vorgeſchriebenen, befolgt, da man, wenn dieſe Theorie richtig wäre, jede Quantität Waſſer auf jede Höhe mit einem verhältnißmäſſig unbedeutenden Kraftaufwande zu heben, nur doppelte niedrige Sätze mit ſehr langen Saugröhren und ſehr kurzen Kolbenröhren übereinander ſtellen dürfte. Ja ſogar das leibhaftige Perpetuum mobile ſelbſt hätte man fix und fertig, wenn man nur einen gewöhnlichen unten ganz verſchloſſenen Pumpſtiefel mit einer Art von Steurung vorrichtete, da dann der Kolben von der Atmosphäre, nach Herrn Lempe's Vorſchrift, jedesmal niedergedrückt werden müßte, indem das unter ihm im Stiefel befindliche Waſſer durch ſeine Oefnung (vollkommen ſo wie bey einer gewöhnlichen Saugpumpe) über denſelben tretten, und auf dieſe Art eine der gemeinen Dampfmaſchine gleiche Wirkung, ohne allen Waſſeraufwand und Gefälle, erhalten werden müßte!!! —

Eilftes

Eilftes Kapitel.

Theoretiſche und praktiſche Grundſätze zur möglich vortheilhafteſten Anordnung eines Saugwerks.

§. 94.

Wenn die Waſſermenge beſtimmt iſt, welche durch eine Pumpe in jeder Minute auf eine gewiſſe Höhe gebracht werden ſoll, ſo kömmt es vorzüglich darauf an, daß man eine ſolche Einrichtung treffe, vermittelſt welcher die verlangte Wirkung mit dem möglich geringſten Aufwande von Kraft erhalten werde, oder, wenn umgekehrt die bewegende Kraft gegeben iſt, daß dieſelbe auf die vortheilhafteſte Art, d. i. ſo benützt werde, daß man die möglich größte Waſſermenge auf die beſtimmte Höhe in einer gegebenen Zeit bringe. Es ſey die in einer Minute zu hebende Waſſermenge M, die Weite des Kolbenrohrs W, die Länge des Hubes b, die Anzahl Hübe, welche in einer Minute geſchehen, n, ſo hat man überhaupt (§. 92.)

$$M = n.\ Wb,$$

(Vorausgeſezt, daß die ganze Maſchine aufs vollkommenſte gearbeitet, die Stiefel oder Kolbenröhren genau ausgebohrt,*) und Kolben und Ventile vollkommen Luft- und Waſſerdicht ſeyen und kein Waſſer fallen laſſen, welches aber freylich, beſonders bey einem langſamen Kolbenſpiele, nicht zu erwarten ſteht,) und es läßt ſich daher aus den drey Gröſſen n, b, W, wenn zwey derſelben willkühr-lich

*) Bey den auf deutſchen Bergwerken noch üblichen ſchlecht gegoſſenen und nur ausgezogenen eiſernen Kolbenröhren mit der gewöhnlichen Lederung kann man höchſtens auf $M = 0{,}8\ n.\ W\ b$ in der Ausübung zählen, beſonders wenn die Bewegung ſo langſam, wie gewöhnlich, iſt.

lich oder durch andere Umſtände beſtimmt ſind, immer die dritte durch Rechnung finden. Es iſt nämlich

$$n = \frac{M}{bW},$$

$$b = \frac{M}{nW},$$

$$\text{und } W = \frac{M}{bn}.$$

§. 95.

Da Pumpenwerke im Groſſen immer durch andere Maſchinen, z. B. Pferdegöpel, Waſſerräder, Windmühlenflügel, durch Waſſerſäulenmaſchinen, oder Dampfmaſchinen in Bewegung geſezt werden, ſo hängt die Beſtimmung der Anzahl Hübe meiſtens ſchon von der Einrichtung dieſer Maſchinen ſo ab, daß man n als ein feſtgeſeztes Datum annehmen muß. Dieſes iſt wenigſtens bey der in Gruben und auf Salinen gewöhnlichſten Vorrichtung, dem oberſchlächtigen Waſſerrade, immer der Fall, da die Anzahl Hübe, welche die angehängten Sätze in einer Minute machen, mit der Anzahl der Umläufe des Rades einerley iſt, und dieſe lezte durch die Höhe deſſelben, wenn die gröſste Wirkung erhalten werden ſoll, beſtimmt wird. *) Bey unterſchlächtigen Rädern erhält man zwar auch die gröſste Wirkung nur durch eine gewiſſe Geſchwindigkeit der Schaufeln: doch läßt ſich hiebey die Höhe oder der Durchmeſſer des Rades bis auf eine gewiſſe Gränze nach Willkühr abändern, folglich auch die Anzahl Umläufe und der davon abhangenden Kolbenhübe ſchon mehr nach Gefallen feſtſetzen.

Bey einer durch Pferde betriebenen Maſchine, da ohnehin Räderwerk unvermeidlich iſt, kann durch das ganz willkührliche Verhältniß des Getriebes zum groſſen

*) Man könnte zwar durch Vorgelege mit Rad und Getriebe eine ſolche Einrichtung treffen, daß mehrere Kolbenhübe auf eine Umdrehung des Waſſerrades kämen. Doch würde die Maſchine hiedurch mehr complizirt, und mehreren Zufällen und Reparaturen ausgeſezt. Auch iſt ohnehin dergleichen Räderwerk, wenn es nicht ganz von Eiſen gemacht wird, bey einer ſolchen Waſſerkunſt wegen der beſtändigen Näſſe nicht wohl anwendbar.

groſſen Kammrade die Anzahl der Kolbenhübe nach Gutdünken gröſſer oder kleiner angenommen werden, welches auch bey Windmühlen der Fall iſt.

§. 96.

Iſt einmal die Anzahl der Kolbenhübe, welche in einer Minute geſchehen ſollen, feſtgeſezt, ſo kömmt es zunächſt darauf an, die Länge des Hubes zu beſtimmen, und es iſt hiebey folgendes zu bemerken.

Es ſey die Zeit eines ganzen Kolbenſpieles T, die mittlere Geſchwindigkeit des Kolben c, ſo iſt

$$T = \frac{60}{n} \text{ Sekunden,}$$

und, wenn der Kolben in derſelben Zeit aufgezogen wird, als er niedergeht, (wie bey allen Maſchinen mit doppelten Sätzen der Fall iſt) ſo hat man

$$\tfrac{1}{2} T = \frac{b}{c}$$

$$c = \frac{2b}{T} = \frac{bn}{30},$$

Folglich $$b = \frac{30 . c}{n},$$

und $$M = 30 . c W.$$

Da nun die beyden Faktoren c, W ſehr mannigfaltiger Abänderungen fähig ſind, ohne daß der Werth des Produktes (die in einer Minute ausgegoſſene Waſſermenge) eine Veränderung leidet, und es alſo in dieſer Rückſicht gleichgiltig ſcheint, in welchem Verhältniſſe dieſe beyden Gröſſen gegen einander ſtehen, ſo entſteht hier folgende für die Ausübung ſehr wichtige Frage:

> Iſt es in Rückſicht auf die Wirkung der Maſchine oder auf Kraftersparniß vortheilhafter, die Kolben langſam ſpielen zu laſſen, und ihnen dafür eine gröſſere Oberfläche zu geben, oder umgekehrt? das heißt mit andern Worten: Sind enge Kolbenröhren mit einem langen Hube oder weite Kolbenröhren mit einem kürzeren Hube vorzuziehen?

Da bey jedem Kolbenhube ein dreyfacher Widerſtand zu überwinden iſt, der hydroſtatiſche, der hydrauliſche und der mechaniſche, (§. 69 ... §. 81.) ſo iſt offenbar diejenige Einrichtung die vortheilhafteſte, bey welcher die Summe der Momente dieſer drey Laſten am geringſten wird; wir wollen daher die Unterſuchung dieſes Gegenſtandes für jede insbeſondere vornehmen.

§. 97.

Es ſey a b c d Fig. 37. eine gewöhnliche Saugpumpe die ganze Höhe vom Waſſerſpiegel bis zum Ausguß = H, die Weite des Kolbenrohrs = W, ſo iſt der hydroſtatiſche Druck auf den Kolben = W H. Die Kolbenſtange ſey an dem Ende A des doppelarmigen Hebels A C B befeſtigt, und werde durch eine an dem andern Endpunkte B angebrachte Kraft P in die Höhe gezogen, ſo daß der Kolben m m bis zu n n auf die Höhe m n = A a ſteigt, indem der von der Kraft angegriffene Punkt den Weg B β zurücklegt. Iſt nun die (mittlere) Geſchwindigkeit des lezten v, die Geſchwindigkeit des Kolbens c, ſo muß

$$P v = WH . c$$

alſo

$$P = WH . \frac{c}{v}$$

ſeyn. Nun ſey a b c d Fig. 38. eine andre Pumpe, deren Kolbenrohr die Weite $w < W$ hat, die ganze Waſſerhöhe aber vom Sumpf bis zum Ausguß dieſelbe = H, ſo iſt der hydroſtatiſche Druck auf dem Kolben = w H. Dieſer Kolben werde durch einen eben ſo langen doppelarmigen Hebel A B (bey welchem aber der Ruhepunkt c in einer gröſſern Entfernung vom Anhängpunkte A angebracht iſt) auf die Höhe m n = A a gehoben, indem der von der Kraft P' angegriffene Punkt B denſelben Weg B β zurücklegt. Geſchieht nun dieſes in derſelben Zeit, wie bey der Pumpe Fig. 35, ſo iſt die Geſchwindigkeit der Kraft wieder v, die Geſchwindigkeit des Kolben hingegen $C > c$, und es muß hier

$$P' . v = wH . C,$$

und

$$P' = wH . \frac{C}{v}$$

ſeyn. Man hat daher

$$P'v : P v = wH . C : WH . c$$

oder

$$P' : P = wC : Wc .$$

Wenn

Wenn nun in beyden Fällen dieſelbe Menge Waſſer ausgegoſſen werden ſoll, ſo muß $wC = Wc$ ſeyn, und dann wird $P = P$. Hieraus folgt

Daß es in Rückſicht auf den hydroſtatiſchen Widerſtand vollkommen gleichgiltig ſey, ob das Kolbenrohr weit, und der Hub kurz, oder ob dieſer lang, und jenes enger ſey, wenn der kubiſche Inhalt oder das Produkt aus der Kolbenfläche in die Länge des Hubes in beyden Fällen gleich groß iſt.

§. 98.

Wenn der hydrauliſche Widerſtand gegen den mit der Geſchwindigkeit c aufwärts bewegten Kolben mm Fig. 35, Q heißt, und der von den Verhältniſſen der Pumpe abhangende Koeffizient (wie oben §. 69.) B, ſo iſt $Q = W . \frac{c^2}{4g} . B$, das Moment dieſes Widerſtandes $Qc = Wc . B \frac{c^2}{4g}$, und das zur Ueberwindung deſſelben erforderliche Kraftmoment am Endpunkte B, oder $p . v = Wc . B . \frac{c^2}{4g}$.

An der andern Pumpe Fig. 36. ſey dieſer Widerſtand $q = w . \frac{C^2}{4g} . B'$, und die zur Ueberwindung deſſelben am andern Ende des Hebels nöthige Kraft p', ſo muß

$$p' v = q C = w C . B' . \frac{C^2}{4g}$$

ſeyn, und man hat demnach

$$p v : p' v = Wc . B \frac{c^2}{4g} : w C . B' . \frac{C^2}{4g}$$

$$\text{oder } p : p' = Wc^3 . B : w C^3 . B' .$$

Iſt nun in beyden Fällen die Weite der Saugröhren und Ventilöfnungen gleich groß, ſo wird ziemlich nahe

$$B' : B = w^2 : W^2$$

$$\text{alſo } B' = B . \frac{w^2}{W^2}$$

ſeyn, folglich (unter dieſer Vorausſetzung)

$p : p'$

$$p : p' = Wc^3 . B : w\, C^3 . B . \frac{w^2}{W^2}$$

$$= Wc^3 : wC^3 . \frac{w^2}{W^2} .$$

Aber wenn in beyden Fällen dieſelbe Waſſermenge ausgeſchüttet werden ſoll, ſo muß auch

$$wC = Wc$$

ſeyn. Dieß giebt $C = c . \frac{W}{w}$; $C^2 = c^2 . \frac{W^2}{w^2}$, und

$$p : p' = Wc . c^2 : wC . c^2$$

$$= Wc : wC$$

alſo $p = p'$.

Es iſt daher auch in Rückſicht auf den hydrauliſchen Widerſtand bey einer Saugpumpe vollkommen gleichgiltig, ob man ſich eines weiten Kolbenrohrs mit einem kurzen Hube, oder eines engern Kolbenrohrs mit einem längern Hube bediene, wenn in beyden Fällen dieſelbe Waſſermenge ausgegoſſen wird. *)

§. 99.

---

*) Nämlich unter der Vorausſetzung, daß Saugröhren und Ventilöfnungen in beyden Fällen einerley Weite haben. Wenn man das Verhältniß dieſer Weiten gegen die Weite des Kolbenrohrs für beyde gleich, alſo $B' = B$ ſezt, ſo wird freylich $p' : p = \frac{C^2}{4g} : \frac{c^2}{4g} = w^2 : W^2$, folglich der hydrauliſche Widerſtand umgekehrt wie das Quadrat der Kolbenflächen, oder die vierte Potenz der Durchmeſſer der Kolbenröhren. Die Folgerung würde aber ſehr übereilt ſeyn, wenn man hieraus den Schluß ziehen wollte, daß die weitern Kolbenröhren den engern vorzuziehen wären; da im Grunde weiter gar nichts dadurch bewieſen wird, als daß weite Saugröhren und Ventilöfnungen vortheilhafter ſind als enge. Es ſteht aber nichts im Wege, bey einem engen Kolbenrohr ein eben ſo weites Saugrohr wie bey einem weitern vorzurichten, oder wohl gar dem Saugrohr, wenn es dienlich wäre, einerley Weite mit dem Kolbenrohr zu geben. Ein gewiſſes feſtgeſeztes Verhältniß zwiſchen dem Durchmeſſer der Saugröhre und dem Stiefel gehört, meiner Meinung nach, zu den ſinnloſen Handwerksregeln, da es offenbar bey Beſtimmung der Weite des Saugrohrs nicht auf die Weite des Stiefels allein, ſondern auf das Produkt derſelben in die Geſchwindigkeit des Kolbens, d. i. auf die in einer Sekunde durch die Saugröhre ſtrömende Waſſermenge ankömmt.

§. 99.

Wenn v die Höhe einer Waſſerſäule von der Grundfläche W iſt, deren Gewicht auf die Beſchleunigung des Kolben eben ſo wirkt, als alle mit ihm zugleich in Bewegung geſezte Maſſen; b die Länge des Hubes m n; t die Zeit deſſelben, und B den Koeffizienten des hydrauliſchen Widerſtandes anzeigt, ſo iſt, gemäß §. 81, der mechaniſche Widerſtand bey der Pumpe Fig. 37.

$$W . \frac{v}{4gt^2}\left(2,77\, b + 1,92 .. \frac{v}{B}\right)$$

Folglich das Moment deſſelben

$$W c . \frac{v}{4gt^2}\left(2,77 .. b + 1,92 .. \frac{v}{B}\right)$$

Heißt die zur Ueberwindung dieſes Widerſtandes am Endpunkte B des Hebels AB erforderliche Kraft π, ſo muß das Moment derſelben dem Momente des erſten gleich, folglich

$$\pi V = W c . \frac{v}{4gt^2}\left(2,77 .. b + 1,92 .. \frac{v}{B}\right).$$

ſeyn.

Nun ſey die Länge des Hubes in der Pumpe Fig. 38. mn $= \beta$; die Höhe einer Waſſerſäule, deren Moment der Trägheit auf der Kolbenfläche die Momente der Trägheit aller in Bewegung geſezten Maſſen vorſtellt, $= \zeta$, und die Kraft, welche am andern Endpunkte des Hebels zur Ueberwindung dieſes Widerſtandes angebracht werden muß, π', ſo wird

$$\pi' V = w C . \frac{\zeta}{4gt^2}\left(2,77 .. \beta + 1,92 .. \frac{\zeta}{B'}\right)$$

alſo

$$\pi' : \pi = \zeta\left(2,77 .. \beta + 1,92 .. \frac{\zeta}{B}\right) : v\left(2,77 .. b + 1,92 .. \frac{v}{B}\right)$$

weil der Vorausſetzung gemäß w C = W c, und in beyden Fällen der Hub in derſelben Zeit vollendet wird.

Eben daher iſt aber auch $\beta : b = W : w$,

$$\text{daher } \beta = b \,.\, \frac{W}{w} \,.$$

Ferner iſt beynahe $B' = B \,.\, \frac{w^2}{W^2}$, wenn die Saugröhren und Ventilöfnungen in beyden Fällen gleich weit ſind.

Folglich

$$\pi' : \pi = \zeta \left(2{,}77 \,..\, b \,.\, \frac{W}{w} + 1{,}92 \,..\, \frac{\zeta \,.\, W^2}{B \,.\, w^2} \right) : v \left(2{,}77 \,..\, b + 1{,}92 \,..\, \frac{v}{B} \right).$$

Wenn man aber bedenkt, daß bey einem weitern Kolbenrohr nicht nur das abſolute Gewicht der zu hebenden Waſſerſäule gröſſer wird, ſondern auch (wegen der gröſſern Laſt) Kolben, Kolben- und Schachtſtangen, Hebel und überhaupt alle Theile der Maſchine, welche zugleich mit dem Kolben bewegt werden, um ſo viel ſtärker, folglich ſchwerer gemacht werden müſſen, ſo ſieht man, daß die ganze Summe der in Bewegung zu ſetzenden Maſſen ohngefähr in gleichem Maaße mit der Weite des Kolbenrohrs zunimmt, mithin ſehr nahe $\zeta : v = w : W$ wird. Sezt man daher $v \,.\, \frac{W}{w}$ ſtatt ζ in die obige Proportion, ſo ergiebt ſich,

$$\pi' : \pi = \left(2{,}77 \,..\, b + 1{,}92 \,..\, \frac{v \,.\, W}{B \,.\, w} \right) : \left(2{,}77 \,..\, b + 1{,}92 \,..\, \frac{v}{B} \right)$$

alſo $\pi' > \pi$.

> Das Moment des mechaniſchen Widerſtandes iſt daher bey einem engen Kolbenrohr mit langem Hube verhältnißmäſſig gröſſer als bey einem weitern Kolbenrohr mit kürzerm Hube.

Doch nur unter der Vorausſetzung, daß die Saugröhren, und Ventilöfnungen in beyden Fällen gleichweit ſind. Wird das Verhältniß derſelben zum Kolbenrohr gleich, d. i. $B' = B$ angenommen, ſo ergiebt ſich im Gegentheil

$$\pi' : \pi = \left(2{,}77 \,.\, b + 1{,}92 \, \frac{v \,.\, w}{B \,.\, W} \right) : \left(2{,}77 \,..\, b + 1{,}92 \,..\, \frac{v}{B} \right)$$

mithin $\pi' < \pi$.

§. 100.

§. 100.

Obwohl nun aus theoretiſchen Gründen der Vortheil (wenigſtens in Rückſicht auf den Widerſtand der Trägheit) auf die Seite der langſamern Bewegung, folglich der weitern Kolbenröhren mit kurzem Hube zu fallen ſcheint, ſo ſind doch dagegen einige praktiſche Gründe in Erwägung zu ziehen.

Fürs erſte weiß man aus der Erfahrung, daß es nicht möglich iſt, ein Kolbenrohr ſo genau auszubohren, oder den Kolben ſo ſcharf zu ledern, daß nicht zwiſchen beyden etwas Waſſer durchdringe, welches als reiner Verluſt von der auf jeden Hub ausgegoſſenen Waſſermenge abgeht. Es iſt aber die Menge des auf dieſe Art unnütz entwiſchenden Waſſers offenbar bey einem weitern Kolbenrohr mit langſamen Hube in doppeltem Verhältniſſe gröſſer, als bey einem kleinen Kolben mit ſchnellerer Bewegung.

Zweytens, müſſen bey einem weitern Kolbenrohr, wegen der gröſſern abſoluten Laſt, alle Theile der Maſchine verhältnißmäſſig ſtärker und ſchwerer gemacht werden, wodurch nicht nur die Reibung an allen Zapfen, Gelenken u. d. g. ſondern auch die Unkoſten der Anlage und der Unterhaltung um ein beträchtliches vermehrt werden.

Drittens, iſt die genaue Anfertigung eines weiten Zylinders, ſowohl was den Guß, als was das Ausbohren betrift, immer mit mehr Schwierigkeiten verknüpft, als jene eines engeren. Auch ſind die bey einer beſtändig gangbaren Kunſt ſehr bedeutenden Liederungskoſten deſto beträchtlicher, je weiter die Kolbenröhren ſind.

Man kann daher überhaupt als eine praktiſche Regel annehmen, daß (bey feſtgeſezter Anzahl der Kolbenhübe) ein mäſſig langer Hub mit einem engen Kolbenrohr einem weiten Zylinder mit einem kurzen Hube vorzuziehen ſey.

Da es aber unmöglich iſt, das ſchicklichſte Verhältniß zwiſchen beyden allgemein für alle möglichen Fälle zu beſtimmen, ſo kann man ſich mit folgender Regel begnügen:

Die

Die mittlere Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben ſey nie kleiner als 9 Zoll oder $\frac{3}{4}$ Fuß, und nie gröſſer als $2\frac{1}{2}$ Fuß. *)

In Fällen, wo die mit dem Kolben zugleich in Bewegung zu ſetzenden feſten Theile für ſich eine beträchtlichere Maſſe als die Waſſerſäule ſelbſt ausmachen, z. B. bey einem langen Feldgeſtänge, iſt eine langſame Bewegung, in allen übrigen Fällen ein lebhafteres Kolbenſpiel vorzuziehen.

Hieraus folgt, wenn n beſtimmt iſt, für den geringſten Werth von $c = \frac{3'}{4}$

$$b = \frac{30 \cdot \frac{3}{4}}{n} = \frac{22,5}{n},$$

Für den größten Werth von $c = 2,5'$

$$b = \frac{30 \cdot 2,5}{n} = \frac{75}{n}.$$

§. 101.

Da ein langer Hub auch ein langes Kolbenrohr erfordert, dieſes aber aus einem Stücke (in Deutſchland) nicht füglich länger als 8 bis 9 Fuß gegoſſen werden kann, ſo wird der größtmögliche Werth von b (nach gewöhnlicher Einrichtung) nicht über 7 bis 8 Fuß betragen. Dieß gäbe, für die geringſte Geſchwindigkeit des Kolben,

$$8 = \frac{22,5}{n}$$

oder $n = 2,81.$

Für die größte Geſchwindigkeit aber

$$8 = \frac{75}{n}$$

oder $n = 9,47.$

Man

*) Bey den meiſten engliſchen Dampfmaſchinen iſt die mittlere Geſchwindigkeit der Kolben 3 Fuß, bey einigen noch gröſſer; doch iſt eine ſo ſchnelle Bewegung nicht vortheilhaft.

Man müßte demnach in ſolchen Fällen, da die Rechnung einen für die Ausführung zu groſſen Werth von b gäbe, dafern mit n keine Veränderung angeht, die Kolbenweite W etwas gröſſer annehmen.

§. 102.

Wenn man die Beſtimmung von n und b vollkommen in ſeiner Gewalt hätte, ſo könnte die Frage aufgeworfen werden:

> Ob viele und kurze Hübe, oder wenigere, aber deſto längere Hübe (bey einerley Weite und Geſchwindigkeit des Kolben) vortheilhafter ſeyen?

Es ſey z. B. die mittlere Geſchwindigkeit des Kolben feſtgeſezt $c = 1'$; die Weite deſſelben $w = 1$ Quadrat Fuß, ſo iſt $b = \frac{30 \cdot c}{n}$ (§. 87.) $= \frac{30}{n}$, alſo $b . n = 30$. Nun iſt die Frage: ob es vortheilhafter ſey,
$n = 2$ und $b = 15$, oder $n = 3$ und $b = 10$, oder
$n = 4$ und $b = 7\frac{1}{2}$, oder $n = 5$ und $b = 6$, oder
$n = 6$ und $b = 5$, oder $n = 10$ und $b = 3$ zu machen, da für jeden dieſer Fälle die mittlere Geſchwindigkeit des Kolben dieſelbe $= 1$ Fuß in der Sekunde bleibt, und auch das Produkt nb, folglich nbW oder die in der Minute gehobene Waſſermenge gleich groß $= 30$ ausfällt? —

Auf dieſe Frage nehme ich nicht den geringſten Anſtand, mich ganz für den geringſtmöglichen Werth von n und den größtmöglichen von b zu erklären. Meine Gründe ſind folgende:

1) Bey jedem Wechſel der Bewegung des Kolbens, d. i. zweymal bey jedem Kolbenſpiele fällt in der Zwiſchenzeit, da die Klappen auf- und zugehen, unvermeidlich einiges Waſſer aus dem Kolbenrohr in das Saugrohr zurück, welches ganz unnütz verloren geht. Der hiedurch verurſachte Abgang von dem in einer Minute gehobenen Waſſer wird daher deſto beträchtlicher ſeyn, je mehr Hübe in derſelben Zeit geſchehen, und umgekehrt.

2) Bey jedem Wechſel des Kolbenſpiels muß die unter und über dem Kolben befindliche ſchwere Waſſermaſſe nebſt allen beweglichen feſten Theilen

der Maſchine von neuem in Bewegung geſezt werden. Der Widerſtand, den die Trägheit dieſer Maſſen verurſacht, iſt im Anfange der Bewegung am gröſten, nimmt aber mit jedem Augenblick ab, ſo daß er, bey einer zweckmäſſigen Einrichtung, nach einigen Sekunden beynahe gänzlich verſchwindet; und dann erſt fängt die gröſte Wirkung an, und dauert bis ans Ende des Hubes, folglich deſto länger, je länger dieſer iſt. Iſt aber der Hub kurz, ſo bleibt die Beſchleunigung bis ans Ende deſſelben beträchtlich, und die Kraft, welche nie in Beharrungsſtand kömmt, wird daher nie ganz auf den eigentlichen oder nutzbaren Effekt verwendet, indem immer ein beträchtliches Uebergewicht bloß zur Ueberwindung der Trägheit erfordert wird. Je kürzer alſo der Hub iſt, und je öfter er in einer Minute wiederholt wird, deſto bedeutender muß die Summe der bloß wegen der Trägheit unnütz verlornen Kraftmomente ſeyn.

Ich glaube daher als eine der wichtigſten praktiſchen Regeln feſtſetzen zu dürfen:

Man gebe den Kolben einen ſo langen Hub, als es ſich in der Ausübung nur immer thun läßt, und ſuche, wo möglich, eine ſolche Einrichtung zu treffen, daß dagegen die Anzahl der Kolbenhübe in einer Minute vermindert werde.

Bey Pumpen, welche durch Waſſerſäulen- oder Dampfmaſchinen betrieben werden, da man die Beſtimmung der Gröſſen W, b und n ganz in ſeiner Gewalt hat, iſt dieſer Grundſatz ſehr leicht zu beobachten, und es liegt eben hierinn einer der weſentlichſten Vorzüge dieſer Maſchinen, daß man ihnen einen ſehr langen Hub geben kann *), welches bey Waſſerrädern nicht ſo wohl angeht. Indeſſen behalte ich mir vor, bey einer andern Gelegenheit die Mittel anzuzeigen, wodurch man dieſen Zweck auch bey den gewöhnlichen Kunſträdern erreichen kann.

§. 103.

*) In dieſem Stücke (ſo wie in dem ſchicklichern Verhältniß der Weite der Einfallsröhren) gebührt den ungar'ſchen Waſſerſäulenmaſchinen der Vorzug vor den Sächſiſchen. — Bey den engliſchen Dampfmaſchinen iſt der geringſte Hub der Pumpkolben 6', der längſte 10' bis 11' lang; die Anzahl der Kolbenſpiele in der Minute 8 bis 16.

§. 103.

Bey einem aus zweyen Sätzen beſtehenden Saug- und Hebwerk iſt die in einer Minute ausgegoſſene Waſſermenge

$$M = 2\,W.b.n,$$

weil jede Pumpe in derſelben Zeit n mal ausſchüttet. Es können aber 3, 4 und mehrere Sätze nebeneinander ſo geordnet werden, daß ihre Kolben wechſelweiſe in gleich auf einander folgenden Zeiträumen ſteigen und fallen, und es iſt daher allgemein, wenn N die Anzahl der auf derſelben Höhe ausgieſſenden Sätze iſt,

$$M = N.W.b.n.$$

Wenn nun für eine gegebene Waſſermenge die vortheilhafteſten Werthe von b und n feſtgeſezt ſind, ſo hat man

$$N.W = \frac{M}{b.n},$$

und es ſind die beyden Faktorn N und W unter ſich noch mannigfaltiger Abänderungen fähig, ohne daß der Werth des Produkts eine Aenderung leidet. Dieß führt demnach auf eine neue praktiſche Frage:

> Iſt es, bey einerley Anzahl und Länge der Hübe, vortheilhafter, mehrere Sätze von geringer Weite, oder wenigere, aber deſto weitere, Sätze nebeneinander vorzurichten?

Es ſey z. B. die in einer Minute zu hebende Waſſermenge M = 40 Kub. Fuß, die beſtimmte Länge der Kolbenhübe b = 4 Fuß, und die Anzahl derſelben in der Minute n = 5. ſo iſt $N.W = \frac{40}{4.5} = 2$. Nun frägt ſich, ſoll man N = 2, und W = 1 Quadratfuß, oder N = 4, und W = $\frac{1}{2}$ Quadratfuß, oder N = 8, und W = $\frac{1}{4}$ Quadratfuß nehmen, da in jedem dieſer Fälle das Produkt N.W = 2 wird, mithin auch die in einer Minute gehobene Waſſermenge theoretiſch unverändert = 40 bleibt.

Wenn man bedenkt, daß eine ſolche Maſchine deſto einfacher wird, je geringer die Anzahl der Sätze, folglich der Stiefel, Röhren, Kolben, Ventile u. d. gl. iſt; daß die Anfertigung zweyer Sätze von beſtimmter Weite ungleich mehr Koſten, Reibung, Abnützung und Reparaturen verurſacht, und daß dieſelben dabey

ohngefähr zweymal ſo viel Raum einnehmen als ein einzelner Satz von doppelter Weite, (Gewicht, Reibung und Abnützung des Leders ſteht im Verhältniß der Stiefel Durchmeſſer, ihre Weite hingegen im Verhältniß der Quadrate der Durchmeſſer) ſo ſollte man allgemein die möglich geringſte Anzahl der nebeneinander geſtellten Pumpen vorziehen, und es wäre, in dieſer Rückſicht, N = 1 beſſer als N = 2, und N = 2 beſſer als N = 4.

Zieht man aber zugleich die Art, wie die bewegende Kraft angebracht iſt, mit in Betrachtung, ſo ergiebt ſich, (wenn dieſe zu den beſtändig ununterbrochen wirkenden gehört) aus der Vervielfältigung der Pumpen, und der dadurch erhaltenen gleichförmigern Vertheilung der Laſt ein auffallender Vortheil, der durch den Umſtand, daß bey einer ſolchen Einrichtung das Gewicht der Kolben, Kolben- und Schachtſtangen u. d. gl. ſich wechſelweiſe aufhebt, folglich die Kraft keine andere Laſt als jene des Waſſers zu heben hat, noch wichtiger wird.

Hieraus folgt, daß bey allen, durch Räder zu bewegenden, Pumpwerken, N wenigſtens = 2 genommen werden müſſe; und daß der Gang dieſer Maſchinen überhaupt deſto gleichförmiger und ſanfter ſeyn wird, je gröſſer N iſt. (Vorausgeſezt, daß das Steigen und Fallen der Kolben wechſelweiſe in gleich auf einander folgenden Zeiträumen geſchehe).

Da indeſſen die Erfahrung lehrt, daß ein Rad, bey welchem die Laſt an vier unter rechten Winkeln geſtellten Krummzapfen angebracht, oder ins Viertel getheilt iſt, (beſonders wenn ſolches dabey etwas ſchwer und ſeine Bewegung ſchnell genug iſt, daß es zugleich als Schwungrad wirken kann,) einen ſehr ſteten und gleichförmigen Gang hat, und daß durch eine weitere Vervielfältigung der Sätze in dieſer Rückſicht nichts mehr gewonnen, wohl aber der Widerſtand der Reibung vermehrt, und die Maſchine unnöthigerweiſe komplizirt und koſtbarer wird, ſo kann man ſich auch hier an den bekannten Grundſatz: *Quod poteſt fieri paucis, non debet fieri multis* halten, und daher als eine allgemeine Regel annehmen:

> Die Anzahl der nebeneinander geſtellten Sätze ſey (bey Radbewegungen) nie kleiner als 2, und nie gröſſer als 4.*)

Die

*) Wenn die Sätze übers Kreutz heben, wie Fig. 42, III Tafel, ſo wird die Laſt ins Halbe vertheilt, wenn in jeden Kaſten nur ein einziger Satz ausgießt.

Die Stellung ins Drittel mit drey Sätzen iſt wegen der ungleichen Vertheilung der Laſt, da immer zwey Kolben nach einer, und der dritte nach der andern Richtung ſich bewegen, und auch beſonders aus dem Grunde nicht zu empfehlen, weil hiebey der weſentlichſte Vortheil, die Balanzierung der Kolben- und Schachtſtangen, verloren geht.

§. 104.

Aufgabe. Die Weite des Kolbenrohrs, der Saugröhre und der Ventilöfnung iſt beſtimmt, nebſt der Länge des Hubes und der Zeit, in welcher derſelbe vollendet werden ſoll. Man ſucht die größtmögliche (ſaigere) Länge der Saugröhre.

Auflöſung. Wenn die Höhe derjenigen Waſſerſäule, welche dem Druck der Atmosphäre das Gleichgewicht hält, k; der lothrechte Abſtand des Kolben in ſeiner tiefſten Stelle vom untern Waſſerſpiegel h; und die Länge des Hubes b heißt, ſo iſt (nach §. 62.) die geringſtmögliche Zeit des Aufzuges, in welcher nämlich das Waſſer dem ſteigenden Kolben durch das Uebergewicht der untern Luftſäule nachgedrückt werden kann

$$= \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}} \left[\sqrt{(k - h)} - \sqrt{(k - h - b)} \right].$$

Wenn nun die bewegende Kraft nicht unnütz verſchwendet werden ſoll, ſo iſt es (wie bereits oben §. 68. bemerkt worden) keineswegs hinreichend, daß das durch die Atmosphäre aufwärts gedrückte Waſſer den ſteigenden Kolben eben einhole, ſondern es muß vielmehr eine ſolche Einrichtung getroffen werden, daß die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer im Stiefel in der größten Höhe des Kolbens (wenn dieſer gar nicht da, ſondern oben ein ganz luftleerer Raum wäre) ſteigen würde, noch einen beträchtlichen Ueberſchuß über die wirkliche Geſchwindigkeit des Kolben behalte. Man muß daher, um auf alle Fälle, auch für eine etwas ſchnellere Bewegung, ſicher zu ſeyn, die Zeit eines Kolbenhubes

$$t = 2 \cdot \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{g}} \left[\sqrt{(k - h)} - \sqrt{(k - h - b)} \right]$$

ſetzen. Dieß giebt

$$\sqrt{(k-h-b)} = \sqrt{(k-h)} - \frac{t\sqrt{g}}{2\sqrt{B}}$$

$$k-h-b = k-h-\frac{t\sqrt{g}}{\sqrt{B}}\cdot\sqrt{(k-h)} + \frac{t^2 g}{4B}$$

$$\text{alſo } \sqrt{(k-h)} = \frac{\sqrt{B}}{t\sqrt{g}}\left(b+\frac{g t^2}{4B}\right)$$

$$k-h = \frac{B}{g t^2}\left(b+\frac{g t^2}{4B}\right)^2$$

$$\text{und } h = k - \frac{B}{g t^2}\left(b+\frac{g t^2}{4B}\right)^2.$$

Heißt nun die ſaigere Länge des Saugrohrs l; die Entfernung des Kolbens in ſeinem tiefſten Stande vom Thürel s, ſo iſt $h = l + s$, folglich

$$l = k - s - \frac{B}{g t^2}\left(b+\frac{g t^2}{4B}\right)^2.$$

§. 105.

Aus der Betrachtung der leztgefundenen Gleichung fließt, daß die Saugröhren überhaupt deſto kürzer gemacht werden müſſen, je kleiner t, und je gröſſer B iſt (ſo lange nämlich $\frac{g t^2}{4B}$ ein eigentlicher Bruch, wie faſt immer der Fall iſt), wenn die Bedingung, daß ſich der Kolben mit der Hälfte derjenigen Geſchwindigkeit bewege, mit welcher das Waſſer ihm zu folgen im Stande iſt, ſtatt haben ſoll, und man ſieht alſo, daß die Länge des Saugrohrs, bey einerley Geſchwindigkeit des Kolben, deſto kleiner angenommen werden muß, je enger die Ventilöfnung, und je kleiner der Durchmeſſer der Saugröhre ſelbſt iſt. Bey einem beträchtlichen Werthe von B und einem ſehr kleinen t kann $\frac{B}{g t^2}\left(b+\frac{g t^2}{4B}\right)^2 = k - s$, oder wohl gar $> k - s$ werden, und dann giebt die Formel $l = 0$, oder einen negativen Werth, welches anzeigt, daß das Ventil im Untertheile des Stiefels der äuſſern Waſſerfläche gleich, oder noch unter derſelben ſtehen müſſe. Z. B. ſey

B =

$B = 1000$; $t = 4$; $b = 3'$; $s = 1$; ſo iſt, wenn man $g = 16$, und $k = 32$ nimmt, $l = 32 - 1 - \frac{1000}{256}\left(3 + \frac{256}{1000}\right)^2 = 31 - \frac{10601}{256} = 31 - 41{,}4 = -\ 9{,}4$, das heißt: ſtatt einem Saugrohr müßte bey dieſen Verhältniſſen der untere Theil des Stiefels 9,4 Fuß unter dem Waſſerſpiegel ſtehen, oder es müßte das Waſſer aus einem 9,4 Fuß über der Ventilöfnung erhobenen Behälter durch eine Einfallsröhre in den Stiefel geleitet werden, wenn es dem Kolben nur mit doppelter Geſchwindigkeit folgen ſollte.

Da übrigens in dem Ausdrucke für B die Gröſſe l ſelbſt enthalten iſt, (§. 69.) und daher die genaue Entwickelung von l (wenn man den dortigen Werth von B in die lezte Formel, §. 104, ſetzen wollte) auf eine ziemlich komplizirte Gleichung vom dritten Grade führen würde, ſo kann man hier das in B enthaltene Glied $\frac{1}{53\delta}$, welches ohnehin meiſt unbedeutend iſt, um ſo eher weglaſſen, als es bey Beſtimmung der Länge des Saugrohrs auf die größte Schärfe keineswegs ankömmt, und jene Formel eigentlich nur die größte ſchickliche Länge deſſelben angiebt, wobey es in der Ausübung allemal frey ſteht, ſelbe noch kürzer anzunehmen. Man hat demnach

$$l = k - s - \frac{\left[b\left(2 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{\varphi + a}{\omega}\right)\right) + g\tfrac{1}{4}t^2 \right]^2}{gt^2\left(2 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 - \frac{\varphi + a}{\omega}\right)\right)}$$

§. 106.

Aufgabe. Die Weite des Stiefels W, die Zeit des Kolbenhubes t, und die Länge deſſelben b, nebſt der Länge der Saugröhre l, ſind beſtimmt. Man ſoll den größtmöglichen Werth von B, d. i. die geringſt thunliche Weite der Saugröhre und der Ventilöfnung angeben.

Auflöſung. Aus der Gleichung für l (§. 104.) folgt

$$k - s - l = \frac{B}{gt^2}\left(b + \frac{gt^2}{4B}\right)^2,$$

$$gt^2\left(k - s - l\right) = \frac{\left(Bb + g.\frac{t^2}{4}\right)^2}{B},$$

alſo

$$Bgt^2\left(k - s - l\right) = B^2.\,b^2 + gBb.\frac{t^2}{2} + \frac{g^2\,t^4}{16}.$$

Sezt man Kürze halber $k - s - l = q$, ſo wird

$$Bgt^2\,q - B^2.b^2 - gBb\frac{t^2}{2} = \frac{g^2\,t^4}{16},$$

oder

$$Bgt^2\left(q - \frac{b}{2}\right) - B^2\,b^2 = \frac{g^2\,t^4}{16}$$

und

$$B^2\,b^2 - B.gt^2\left(q - \frac{b}{2}\right) = -\frac{g^2\,t^4}{16}$$

alſo

$$B^2 - B.\frac{gt^2}{b^2}\left(q - \frac{b}{2}\right) = -\frac{g^2\,t^4}{16\,b^2}.$$

Das Quadrat ergänzt:

$$B^2 - B.\frac{gt^2}{b^2}\left(q - \frac{b}{2}\right) + \frac{g^2\,t^4}{4b^4}\left(q - \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{g^2\,t^4}{4b^4}\left(q - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{g^2\,t^4}{16b^2}$$

Aus beyden Theilen die Wurzel gezogen

$$B - \frac{gt^2}{2b^2}\left(q - \frac{b}{2}\right) = \frac{gt^2}{2b^2}\sqrt{\left[\left(q - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}\right]}$$

Folglich

$$B = \frac{gt^2}{2b^2}\left[q - \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\left(q - \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4}\right)}\right.$$

$= gt^2$

$$= \frac{g t^2}{2 b^2} \left[q - \frac{1}{2} b + \sqrt{\left(q^2 - q b \right)} \right]$$

$$= \frac{g t^2}{2 b^2} \left[q - \frac{1}{2} b + q \sqrt{\left(1 - \frac{b}{q} \right)} \right]$$

$$= \frac{g t^2}{2 b^2} \left[q \left(1 + \sqrt{\left(1 - \frac{b}{q} \right)} \right) - \frac{1}{2} b \right]$$

Das iſt:

$$B = \frac{g t^2}{2 b^2} \left[\left(k - s - l \right) \left(1 + \sqrt{\left(1 - \frac{b}{k - s - l} \right)} \right) - \frac{1}{2} b \right]$$

$$= \frac{g t^2}{2 b^2} \left[k - s - l - \frac{1}{2} b + \sqrt{\left(\left(k - s - l - \frac{1}{2} b \right)^2 - \frac{1}{4} b^2 \right)} \right].$$

§. 107.

Die leztgefundene Gleichung zeigt, daß B oder $2 + \frac{W^2}{\phi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{1}{53\,\delta} - \frac{\phi + a}{\omega} \right)$ deſto kleiner ſeyn müſſe, je kürzer die Zeit des Hubes, je länger die Saugröhre, und je länger der Hub iſt, und es gehört daher zur zweckmäſſigen Einrichtung der Maſchine, daß man den Gröſſen ω, a und ϕ einen ſolchen Werth gebe, d. i. die Saugröhre, ihre untere Mündung, und die Ventilöfnung ſo weit mache, daß der lezterwähnte Ausdruck wenigſtens nicht gröſſer als

$$\frac{g t^2}{2 b^2} \left[k - s - l - \frac{1}{2} b + \sqrt{\left(k - s - l - \frac{1}{2} b \right)^2 - \frac{1}{4} b^2 } \right]$$

ausfalle.

Wenn man (wie es für jeden Fall geſchehen kann und ſoll) die **Schlundöfnung** (oder die Summe der kleinen Oefnungen, durch welche das Waſſer in die Saugröhre eingezogen wird) dem Querſchnitt der Röhre gleich macht, ſo wird, mit Rückſicht auf die hier ſtattfindende Zuſammenziehung der erſten Art,

$$a = 0{,}8 \,.\, \omega.$$

Wenn

Wenn man (wie es auch jedesmal thunlich und ſchicklich iſt) den Durchmeſſer der Ventilöfnung dem Durchmeſſer der Saugröhre gleich macht, ſo kann man, mit Rückſicht auf die Zuſammenziehung, auf den Widerſtand der Klappe, und auf die durch den Steg (bey doppelten Flügelklappen) verurſachte Verminderung des eigentlichen Querſchnittes, allgemein

$$\varphi = 0{,}3 . \omega$$

annehmen. Hienächſt verwandelt ſich demnach obiger Ausdruck in folgenden:

$$B = 2 + \frac{W^2}{0{,}09\,\omega^2} + \frac{W^2}{0{,}64\,\omega^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{1}{53\delta} - \frac{0{,}8 + 0{,}3}{1}\right)$$

oder, wenn man den Bruch $\frac{1}{53\delta}$ als unbedeutend vernachläſſigt,

$$B = 2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(\frac{1}{0{,}09} + \frac{1}{0{,}64} + 1 - 1{,}1\right)$$

$$= 2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(11{,}11 + 1{,}462\right) = 2 + 12{,}573 . \frac{W^2}{\omega^2}$$

wofür man

$$B = 2 + 12{,}6 . \frac{W^2}{\omega^2}$$

ſetzen kann. So erhält man allgemein

$$2 + 12{,}6 . \frac{W^2}{\omega^2} = \frac{gt^2}{2b^2}\left[q - \frac{1}{2}b + \sqrt{\left(q^2 - qb\right)}\right]$$

alſo $$\frac{\omega^2}{W^2} = \frac{25{,}2 . b^2}{gt^2\left(q - \frac{1}{2}b + \sqrt{\left(q^2 - qb\right)}\right) - 4b^2}$$

und $$\frac{\omega}{W} = \frac{5{,}019 . b}{\sqrt{gt^2 . \left[q - \frac{1}{2}b + \sqrt{\left(q^2 - qb\right)}\right] - 4b^2)}} .$$

Es ſey z. B. $b = 4$,

$t = 3$,

$k = 32$,

$l = 25$,

$s = 1$,

alſo $q = k - (l + s) = 32 - 26 = 6$,

ſo fände man

$$\frac{\omega}{W} = \frac{5,019 . 4}{\sqrt{15,09 . 9 \left[6 - 2 + \sqrt{(36 - 24)}\right] - 4 . 16}}$$

$$= \frac{20,076}{\sqrt{(949,6994)}} = \frac{20,076}{30,815} = \frac{2}{3} \text{ beynahe.}$$

In dieſem Falle wäre demnach 2:3 das geringſtſchickliche Verhältniß der Weite des Saugrohrs zur Weite des Stiefels, und es dürfte, wenn der Durchmeſſer des leztern D iſt, der Durchmeſſer des erſtern δ nicht kleiner als $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} . D = \frac{14}{17} D$ genommen werden, wobey noch dazu vorausgeſezt wird, daß ſowohl die untere oder Schlundöfnung, als die obere oder Ventilöfnung mit der Saugröhre ſelbſt einerley Weite habe, indem bey der geringſten Verengerung dieſer beyden Querſchnitte das Waſſer dem Kolben, wenn er nur ein bisgen ſchneller bewegt würde, ſchon nicht mehr folgen könnte.

§. 108.

Wenn man das hier empfohlene Verhältniß der Saugrohröfnungen allgemein beobachtet, ſo daß für jeden Fall der Widerſtandskoeffizient für den ſteigenden Kolben

$$B = 2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2},$$

bleibt, ſo erhält man (nach §. 81.) den hydrauliſchen Widerſtand beym Steigen des Kolben allemal

$$= W . \left(2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2}\right) . \frac{b^2}{4 g t^2},$$

und

und den mechaniſchen Widerſtand

$$= W. \frac{v}{4gt^2}\left(2,77 . b + 1,92 . \frac{v}{2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2}}\right),$$

oder das ganze zur Bewegung erforderliche Uebergewicht

$$W.z = W. \frac{\left(2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2}\right)}{4gt^2} . \left(b + 1,39 . \frac{v}{2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2}}\right)^2$$

ſo wie, nach §. 105, die gröſtthunliche Länge des Saugrohrs

$$l = k - s - \frac{2 + 12,6 . \frac{W^2}{\omega^2}}{gt^2}\left(b + \frac{gt^2}{8 + 50,4 . \frac{W^2}{\omega^2}}\right)^2$$

§. 109.

Die in den bisherigen Formeln vorkommende Gröſſe k zeigt die Höhe einer Waſſerſäule (reines Waſſer) an, welche mit dem Druck der Atmosphäre im Gleichgewicht ſteht. Da nun die Gröſſe dieſes Druckes an verſchiedenen Stellen, d. i. in verſchiedenen Erhöhungen über der Meeresfläche verſchieden, und ſelbſt mit der Witterung unaufhörlichen Abänderungen unterworfen iſt, ſo läßt ſich kein allgemeiner Werth von k feſtſetzen, ſondern man muß ſolchen für jeden einzelnen Fall an der Stelle, wo eine Saugpumpe angelegt werden ſoll, beſonders beſtimmen. Man muß aber hiebey allemal nur auf den geringſten Druck rechnen, weil ſonſt, bey etwas langen Saugröhren, jede in der Atmosphäre vorgehende Veränderung einen zu merklichen Einfluß auf die Geſchwindigkeit des in denſelben ſteigenden Waſſers haben würde, wie dieß auch bey denen in Bergwerken üblichen, meiſt auf den höchſten Luftdruck gerichteten, Saugwerken wirklich der Fall iſt, welche (als wahre Waſſerbarometer) bey ſtürmiſchem Wetter, nach der Sprache der Bergleute, matt heben, das heißt, bey der gewöhnlichen Umlaufsgeſchwindigkeit der Kunſträder

(weil

(weil das Waſſer die Kolben nicht einholen kann) nicht mehr ihren vollen Hub Waſſer ausſchütten.*)

Man beobachte alſo an der Stelle, wo die Pumpe angelegt werden ſoll, den niedrigſten Barometerſtand, multiplizire ſolchen mit 13,59 (der ſpezifiſchen Schwere des Queckſilbers) und dividire das Produkt durch 12, ſo giebt der Quotient den Werth von k in Fußmaaße, für reines Regenwaſſer, deſſen ſpezifiſche Schwere = 1 angenommen wird. Hat man aber Waſſer von gröſſerer ſpezifiſcher Schwere zu heben, ſo muß dieſelbe erſt durch einen Verſuch beſtimmt, und hiernach auch der Werth von k abgeändert werden.

Es ſey die ſpezifiſche Schwere des zu hebenden Waſſers = β, die tiefſte Barometerhöhe in Zollen = ψ, ſo hat man allgemein

$$k = \frac{13,59 \cdot \psi}{12 \cdot \beta} = \frac{1,1325 \cdot \psi}{\beta}$$

Auf Salzwerken iſt, nach Angabe des Herrn Rath Langsdorf, die ſpezifiſche Schwere einer jeden ζ löthigen Soole

$$= 1 + 0,00728 \cdot \zeta,$$

Folglich für Pumpen, durch welche Soole zu Tage, oder auf Gradierhäuſer, oder auf Pfannen gehoben werden ſoll, allgemein

$$k = \frac{1,1325 \cdot \psi}{1 + 0,00728 \cdot \zeta}.$$

Wäre z. B. an einem Orte ψ = 28 Zoll, und es ſollte k für 18 löthige Soole beſtimmt werden, ſo fände man

$$k = \frac{1,1325 \cdot 28}{1 + 0,00728 \cdot 18} = 28,2 \text{ Fuß},$$

Da, für reines Regenwaſſer, bey derſelben Barometerhöhe, k = 31,7′ wäre.

§. 110.

*) Dieſer Umſtand iſt ein neuer Beweiß, wie nachtheilig zu lange und enge Saugröhren ſind.

§. 110.

Die §. 105 und §. 107. angegebenen Beſtimmungen für l und $\frac{W}{\omega}$ geben keineswegs die vortheilhafteſten Werthe dieſer Gröſſen, ſondern eigentlich nur die Gränzen an, die man bey der Anlage eines Saugwerks nicht überſchreiten ſoll. Denn da die dortigen Rechnungen auf die Vorausſetzung gegründet ſind, daß der Kolben mit der Hälfte derjenigen Geſchwindigkeit ſteige, mit der das Waſſer von dem Uebergewicht der Atmoſphäre auf dieſelbe Höhe in den Stiefel hinaufgedrückt werden kann, ſo würde, bey einem ſo ſchwachen Ueberſchuße der Geſchwindigkeit des Waſſers über jene des Kolben, lezter, auch bey einer geringen hydroſtatiſchen Höhe, immer beynahe den ganzen Druck der Luft von oben zu leiden haben, und der hydrauliſche Widerſtand fiele daher, bey einem ſolchen Verhältniſſe von ω: W, für kurze Saugröhren, noch viel zu beträchtlich aus, da im Gegentheile dieſer Widerſtand durch den gröſtmöglichen Ueberſchuß der Geſchwindigkeit des Waſſers über jene des Kolben, ſo viel möglich, vermindert werden ſoll. (§. 68.)

Weil indeſſen eben dieſer durch die Saugröhre und ihre Oefnungen verurſachte Widerſtand in einem gewiſſen Maaße dazu beyträgt, daß die Bewegung des Kolben früher in Beharrungsſtand kömmt, oder ſich ſchneller der gleichförmigen nähert, folglich der Widerſtand der trägen Maſſen, oder der mechaniſche Widerſtand (§. 81.) vermindert wird, ſo läßt ſich auch die gröſtmögliche Erweiterung der Saugröhren ohne Gränzen ſo geradehin nicht empfehlen. Man ſieht vielmehr, daß es ein gewiſſes Verhältniß dieſer Gröſſen gegen einander geben muß, wobey die Summe aus dem hydrauliſchen und mechaniſchen Widerſtande, oder das ganze zur Bewegung des Kolben erforderliche Uebergewicht ein Kleinſtes wird: und es iſt bey der Anlage einer hydrauliſchen Maſchine, wenn man mit der gegebenen Kraft den möglich gröſten Effekt erhalten will, allerdings wichtig, dieſes vortheilhafteſte Verhältniß zu beſtimmen.

§. 111.

Aufgabe. Es iſt die Weite des Kolbenrohrs, die Länge und Zeit des Hubes, nebſt der Länge der Saugröhre und des unnützen Raumes gegeben. Man ſucht die vortheilhafteſte Weite des Saugrohrs.

Aufloſung. In dem Ausdruck $z = \frac{B}{4gt^2}\left(b + 1{,}39 \cdot \frac{v}{B}\right)^2$ (§. 80.) ſetze man, Kürze halber, $1{,}39 \cdot v = e$; $4gt^2 = a$, und die veränderliche Gröſſe $B = x$, ſo hat man

$$z = \frac{x}{a}\left(b + \frac{e}{x}\right)^2$$

und es kömmt nun darauf an, denjenigen Werth von x zu finden, wobey die ganze Funktion ein Kleinſtes wird.

$$\text{Es iſt } \frac{x}{a}\left(b + \frac{e}{x}\right)^2 = \frac{(bx + e)^2}{ax} = \frac{b^2x^2 + 2bex + e^2}{ax}$$

$$= \frac{b^2x}{a} + \frac{2be}{a} + \frac{e^2}{ax}.$$

Hievon iſt das Differenzial

$$\frac{b^2dx}{a} + \frac{-e^2adx}{a^2.x^2} = \frac{dx}{a}\left(b^2 - \frac{e^2}{x^2}\right)$$

$$= \frac{dx}{ax^2}\left(b^2x^2 - e^2\right)$$

Sezt man daher $dx\,(b^2x^2 - e^2) = 0$,

ſo wird

$$b^2x^2dx = e^2dx$$

alſo

$$b^2x^2 = e^2,$$

$$bx = e,$$

und

$$x = \frac{e}{b}.$$

Folglich, wenn man ſtatt x wieder B, und ſtatt e wieder $1{,}39 \cdot v$ ſezt,

$$B = \frac{1{,}39 \cdot v}{b}.$$

Das heißt: Wenn das zur Bewegung des Kolben erforderliche Uebergewicht ein Kleinſtes ſeyn ſoll, ſo muß $B = 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}$ ſeyn.

Weil

Weil nun, wenn die beyden Oefnungen der Saugröhre (wie ſichs gehört) einerley Weite mit derſelben haben, gemäß §. 107, $B = 2 + 12{,}6 . \frac{W^2}{\omega^2}$, und, zufolge §. 89, allgemein $v = \theta + h + \lambda . \frac{W}{\omega}$ iſt, ſo hat man

$$12{,}6 . \frac{W^2}{\omega^2} = \frac{1{,}39\left(\theta + h + \lambda \frac{W}{\omega}\right) - 2}{b}$$

$$12{,}6 . \frac{W^2}{\omega^2} - 1{,}39 . \frac{\lambda . W}{b . \omega} = 1{,}39 . \frac{\theta + h}{b} - 2$$

$$\frac{W^2}{\omega^2} - 0{,}1103 \frac{\lambda}{b} . \frac{W}{\omega} = \frac{1{,}39\left(b + \theta\right) - 2\,b}{12{,}6 . b}$$

Das Quadrat komplirt:

$$\frac{W^2}{\omega^2} - 0{,}1103 \frac{\lambda}{\omega} . \frac{W}{\omega} + 0{,}003 \frac{\lambda^2}{b^2} = \frac{1{,}39\left(h + \theta\right) - 2\,b}{12{,}6 . b} + 0{,}003 . \frac{\lambda^2}{b^2}$$

Aus beyden Theilen die Wurzel gezogen:

$$\frac{W}{\omega} - 0{,}05515 \frac{\lambda}{b} = \pm \sqrt{\left(\frac{1{,}39\left(h + \theta\right) - 2\,b}{12{,}6 . b} + 0{,}003 . \frac{\lambda^2}{b^2}\right)}$$

Man ſieht, daß hier das poſitive Zeichen gelten muß, alſo wird

$$\frac{W}{\omega} = 0{,}055 . \frac{\lambda}{b} + \sqrt{\left(0{,}1103 . \frac{h + \theta}{b} + 0{,}003 . \frac{\lambda^2}{b^2} - 0{,}158\right)}.$$

Es ſey z. B. $\lambda = 24$,

$b = 4$,

$h = 8$,

$\theta = 12$,

ſo fände man das vortheilhafteſte Verhältniß der Weite des Stiefels zur Weite des Saugrohrs

$\frac{W}{\omega}$

$$\frac{W}{\omega} = 0{,}055 \cdot \frac{24}{4} + \sqrt{\left(0{,}1103 \cdot \frac{20}{4} + 0{,}003 \left(\frac{24}{4}\right)^2 - 0{,}158\right)}$$

$$= 0{,}33 + \sqrt{0{,}5015}$$

$$= 0{,}33 + \sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}33 + \frac{1}{1{,}4142} = \frac{1{,}4666}{1{,}4142}.$$

Wäre der Durchmeſſer des Kolbenrohrs 12 Zoll, ſo gäbe dieß den Durchmeſſer der Saugröhre $11\frac{3}{4}$ Zoll beynahe.

Nun ſetze man für denſelben Werth von λ und b, $h = 36$, und $\theta = 100$, ſo hätte man

$$\frac{W}{\omega} = 0{,}33 + \sqrt{3{,}7002} = 0{,}33 + 1{,}923$$

$$= 2{,}2535,$$

und es müßte der Durchmeſſer der Saugröhre 8 Zoll ſeyn, wenn der Durchmeſſer des Stiefels, wie vorhin, 12 Zoll wäre.

§. 112.

Wenn man in den Ausdruck $\frac{(bx + e)^2}{ax}$ den ſo eben gefundenen vortheilhafteſten Werth von $x = \frac{e}{b}$ ſezt, ſo erhält man

$$\frac{(e + e)^2}{a \cdot \frac{e}{b}} = \frac{4\,e^2 .\, b}{ae} = \frac{4\,b\,e}{a}$$

als den geringſt möglichen Werth dieſer Funktion, und es iſt alſo das geringſt erforderliche Uebergewicht für den ſteigenden Kolben, bey der vortheilhafteſten Einrichtung, dem Gewichte einer auf demſelben ruhenden Waſſerſäule gleich von der Höhe

$$z = \frac{4\,b \cdot 1{,}39 \cdot v}{4\,g\,t^2} = 1{,}39 \cdot \frac{v \cdot b}{g\,t^2}$$

§. 113.

Aus der lezten Gleichung folgt unmittelbar, daß, bey einerley Werthe von υ, zur Bewegung des Kolben ein deſto gröſſeres Uebergewicht erfordert werde, je länger der Hub und je kürzer die Zeit iſt, in welcher derſelbe vollendet wird. Man würde ſich indeſſen ſehr übereilen, wenn man hieraus gleich den Schluß ziehen wollte, daß die Einrichtung einer Saugpumpe deſto vortheilhafter ſey, je kürzer der Hub, und je langſamer die Bewegung iſt. Denn da die vortheilhafteſte Einrichtung einer jeden Maſchine überhaupt nicht darinn beſteht, daß der bewegenden Kraft der geringſte Widerſtand entgegen geſezt, ſondern daß durch dieſelbe *eine* beſtimmte Wirkung mit dem geringſtmöglichen Widerſtande herfürgebracht werde, ſo hat man auch hier auf den Effekt, d. i. die in einer Sekunde oder Minute gehobene Waſſermenge Rückſicht zu nehmen, und da dieſe (bey einerley Weite des Kolbenrohrs) deſto gröſſer wird, je länger der Hub, und je kleiner die Zeit eines Kolbenhubes iſt, ſo folgt aus jener Gleichung unmittelbar weiter nichts, als daß das Uebergewicht deſto gröſſer ſeyn müſſe, je gröſſer die in einer Sekunde oder Minute gehobene Waſſermenge iſt, welches auch ſehr natürlich iſt.

Um aber zu ſehen, bey welcher Einrichtung das zur Bewegung erforderliche Uebergewicht **für dieſelbe Wirkung**, d. i. für dieſelbe Waſſermenge am geringſten ausfalle, ſetze man die zur Bewegung des Kolben erforderliche Kraft $= p$, ſo iſt, bey der vortheilhafteſten Einrichtung,

$$p = W . z = 1{,}39 . \frac{\upsilon . Wb}{gt^2}$$

Heißt die in einer Sekunde ausgegoſſene **mittlere** Waſſermenge Q, ſo iſt $Qt = Wb$, alſo

$$p = 1{,}39 . \frac{\upsilon . Q}{gt} .$$

Das Moment dieſes Widerſtandes wird demnach, wenn die mittlere Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben $= c$ iſt,

$$pc = 1{,}39 . \frac{\upsilon . Q . c}{gt} .$$

Nun

Nun iſt aber $c\,t = b$, alſo $t = \frac{b}{c}$, und

$$pc = 1{,}39 \cdot Q \frac{v . c^2}{gb} .$$

Das ganze Moment des zum Hube des Kolben erforderlichen Uebergewichtes wird daher, für dieſelbe Waſſermenge, deſto kleiner, je länger der Hub, und je langſamer die Bewegung des Kolbens iſt.

Zieht man hiebey noch den Umſtand in Betrachtung, daß die abſolute mit dem Kolben zu hebende Laſt, bey derſelben Waſſermenge, deſto geringer wird, je kleiner die Fläche des Kolbens, folglich je länger der Hub iſt, daß die Stärke, mithin auch das Gewicht, aller mit dem Kolben in Bewegung zu ſetzenden Maſchinentheile in demſelben Maaße mit der Länge des Hubes abnimmt, und daß alſo dieſe Gröſſe v ſelbſt mit b in verkehrtem Verhältniſſe ſteht, ſo läßt ſich wohl nicht mehr an der Wahrheit des ſchon oben aufgeſtellten Grundſatzes zweifeln:

Daß die Einrichtung eines Saugwerks deſto vortheilhafter iſt, je länger die Kolbenhübe ſind.

§. 114.

Aufgabe. Die Weite des Stiefels, und die Länge des Kolbenſchubes iſt gegeben. Man ſucht die vortheilhafteſte Weite der im Kolben anzubringenden Ventilöfnung, oder dasjenige Verhältniß dieſer Oefnung zum Querſchnitt des Stiefels, wobey der Widerſtand beym Niedergehen des Kolben am kleinſten wird.

Aufloſung. Das ganze Uebergewicht, welches erfordert wird, den Kolben in der Zeit τ die Länge b niederzuſchieben, iſt (nach §. 83.) dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe

$$y = \frac{K}{4g\tau^2}\left(b + 1{,}39 \cdot \frac{m}{K}\right)^2$$

gleich, wenn nämlich K den beſtändigen Koeffizienten des hydrauliſchen Widerſtandes, und m die Höhe einer Waſſerſäule anzeigt, welche auf die Beſchleunigung des

Kolben

Kolben eben ſo wie die verſchiedenen, zugleich mit ihm bewegten, Maſſen wirken würde; (§. 89.) und man findet hier (wie §. 111. für z), daß y den möglich kleinſten Werth erhält, wenn

$$K = 1,39 \cdot \frac{m}{b}$$

iſt. Nun haben wir (§. 70.) für Klappenventile

$$K = 2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{W}{\mu} - 2\frac{\mu}{W} - \frac{r}{W}$$

gefunden, wenn μ den von der geöfneten Klappe gebildeten Querſchnitt, und r den Querſchnitt der im Waſſer gehenden Kolbenſtange ausdrückt; wofür man, um die Rechnung abzukürzen, und da ohnehin auch die Steiſigkeit des Leders in den Gelenken der Klappen einigen Widerſtand verurſacht,

$$K = 2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{W}{\mu} - \frac{r}{W}$$

nehmen kann. Iſt nun die wahre Weite der ganzen im Kolben angebrachten Oefnung = u, ſo wird man, wegen dem begränzten Hube der Klappe, der Zuſammenziehung, und dem ſchiefen Anprellen des durchziehenden Waſſers, nur höchſtens $\mu = 0,3 \cdot u$ ſetzen können. Dieß giebt

$$K = 2 + \frac{W^2}{0,09 \cdot u^2} - \frac{W}{0,3 \cdot u} - \frac{r}{W}.$$

Sezt man, zur Abkürzung, $\frac{W}{0,3 \cdot u} = a$, ſo wird

$$2 + a^2 - a - \frac{r}{W} = 1,39 \cdot \frac{m}{b}$$

$$a^2 - a = 1,39 \cdot \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 2$$

$$a^2 - a + \frac{1}{4} = 1,39 \cdot \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75$$

alſo $$a - \frac{1}{2} = \pm \sqrt{\left(1,39 \cdot \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75\right)}.$$

oder

oder $\frac{W}{0,3 . u} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(1,39 . \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75\right)}$.

und, weil hier das poſitive Zeichen vor der Wurzel gelten muß,

$$\frac{W}{u} = 0,3 \left[0,5 + \sqrt{\left(1,39 . \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75\right)}\right]$$

oder $\frac{u}{W} = \frac{1}{0,15 + 0,3 \sqrt{\left(1,39 . \frac{m}{b} + \frac{r}{W} - 1,75\right)}}$

Es ſey z. B. $b = 4$

$m = 60,$

$\frac{r}{W} = \frac{1}{100},$

ſo fände man das vortheilhafteſte Verhältniß der Ventilöfnung im Kolben zur Weite des Stiefels

$$\frac{\mu}{W} = \frac{1}{0,15 + 0,3 \sqrt{19,11)}} = \frac{1}{1,6113} = 0,62,$$

und es müßte, wenn das Kolbenrohr 12 Zoll im Durchmeſſer hätte, und die Oefnung im Kolben eine ganze Kreisfläche wäre, der Durchmeſſer derſelben = 9,4 Zoll ſeyn.

§. 115.

Da der Durchmeſſer des Kolbenſtockes, wegen der um denſelben anzubringenden Liederung, allemal etwas kleiner als der Durchmeſſer des Stiefels ſeyn muß, und derſelbe auch am Rande, wo die Klappen aufliegen, ſowohl als in der Mitte, wo die Stange befeſtigt wird, hinlängliche Stärke haben muß, ſo ſieht man aus dem lezt angeführten Beyſpiele, daß man, ſelbſt bey ganz metallnen Kolben, in den meiſten Fällen auf die im vorhergehenden §. beſtimmte vortheilhafteſte Weite der Kolbenöfnung Verzicht thun, und ſich mit der größtthunlichen Weite dieſer Oefnung, welche die Feſtigkeit und Sicherheit zu geben erlaubt, begnügen müſſe. Man wird alſo nur höchſtens $u = 0,4 . W$ annehmen, und,

wenn man den eigentlichen zuſammengezogenen Querſchnitt des durchſtrömenden Waſſers = 0,3 . u ſezt,

$$\mu = 0,3 \times 0,4 \,.\, W = 0,12 \,.\, W$$

ſetzen können. Dieß giebt $\frac{W}{\mu} = 8,333$; $\frac{W^2}{\mu^2} = 69,43889$,

$$\text{alſo } K = 2 + 69,438 - 8,333 - \frac{r}{W}$$

$$= 63,105 - \frac{r}{W},$$

wofür man, mit Vernachläſſigung des in meiſten Fällen unbedeutenden Bruches $\frac{r}{W}$, allgemein

$$K = 63$$

als den geringſtmöglichen Widerſtandskoeffizienten für den Niedergang des Kolben annehmen kann.

Dieſer Werth in die Formel $y = \frac{K}{4gt^2}\left(b + 1,39 \cdot \frac{m}{K}\right)^2$ geſezt, giebt

$$y = \frac{15,75}{gt^2}\left(b + \frac{m}{45}\right)^2.$$

Heißt die zum Niedergange des Kolben erforderliche Kraft q, ſo iſt demnach

$$q = W \,.\, y = 15,75 \cdot \frac{W}{gt^2}\left(b + \frac{m}{45}\right)^2,$$

und das Moment dieſer Kraft

$$qc = W \,.\, y \,.\, c = 15,75 \cdot \frac{Wc}{gt^2}\left(b + \frac{m}{45}\right)^2.$$

Weil nun $Wc = Q$, und $t = \frac{b}{c}$ iſt, ſo wird

$$qc = 15,75 \cdot \frac{Q \,.\, c^2}{g \,.\, b^2}\left(b + \frac{m}{45}\right)^2$$

$$= 15,75 \cdot \frac{Q \,.\, c^2}{g}\left(1 + \frac{m}{45 \,.\, b}\right)^2$$

$$= 0{,}0078 \cdot Q \cdot \frac{c^2}{g}\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2$$

Es wird demnach auch zum Schube des Kolbens, wie für den Hub, bey einerley Waſſermenge, ein deſto kleineres Kraftmoment erfordert, je länger der Hub iſt.

§. 116.

Bey einem doppelten Saugwerk, da die bewegende Kraft immer beyde Arten von Widerſtand zugleich überwinden muß, wird daher das zur Bewegung erforderliche Kraftmoment, bey der möglich vortheilhafteſten Anordnung,

$$= pc + qc = 1{,}39 \cdot \frac{v \cdot c^2}{gb} Q + 0{,}0078 \cdot \frac{c^2}{g} Q \left(45 + \frac{m}{b}\right)^2$$

$$= Q \cdot \frac{c^2}{g}\left(1{,}39 \cdot \frac{v}{b} + 0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2\right)$$

Das Moment der eigentlichen oder hydroſtatiſchen Laſt iſt hierbey (da immer nur ein Kolben Waſſer hebt, indeß der andere in ſeinem Stiefel für einen neuen Hub niedergeht)

$$Pc = WH \cdot c = Q \cdot H,$$

wo nämlich H die ſaigere Waſſerhöhe vom Sumpf bis zum Ausguß einer Pumpe anzeigt; mithin das ganze zur Bewegung eines doppelten Saugwerks erforderliche Kraftmoment, bey der möglich vortheilhafteſten Anordnung,

$$\Pi = Pc + pc + qc$$

$$= Q\left[H + \frac{c^2}{g}\left(0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right)\right].$$

oder, wenn die durch beyde Pumpen in jeder Minute auszugieſſende Waſſermenge M heißt,

$$\Pi = \frac{M}{60}\left[H + \frac{c^2}{g}\left(0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right)\right]$$

M =

$$M = \frac{60 . \Pi}{H + \frac{c^2}{g}\left(0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right)}$$

und $$H = \frac{60 . \Pi}{M} - \frac{c^2}{g}\left(0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right).$$

§. 117.

Wenn mehrere Sätze paarweiſe ſo übereinander geordnet ſind, daß ein Paar dem andern die Waſſer zuhebt, ſo iſt, wenn die ſaigere Höhe eines jeden Satzes H, und die Anzahl der übereinander geſtellten Reihen Sätze $\mathfrak{N}$ iſt,

$$\Pi = \mathfrak{N} . \frac{M}{60}\left[H + \frac{c^2}{g}\left(0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right)\right].$$

Weil nun bey einer ſolchen Einrichtung jeder Satz dem Mittel nach wenigſtens um einen Fuß tiefer anheben muß, als ihm der zunächſt darunter befindliche Satz zugießt, ſo iſt die ganze Höhe, zu welcher das Waſſer durch die Kunſt von der tiefſten Stelle bis zum Abfluß (z. B. vom Tiefſten in einer Grube bis an den Stollen) gehoben wird, jedesmal kleiner als die Summe der in den übereinander geſtellten Sätzen gehobenen Waſſerſäulen.

Es ſey dieſe ganze ſaigere Höhe, zu welcher eine Kunſt die Waſſer heben ſoll, $= \mathfrak{H}$, ſo iſt

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{N}\,(H - 1)$$

$$\text{alſo } H = \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{N}} + 1.$$

Sezt man dieſen Ausdruck ſtatt H in die lezte Gleichung für Π, ſo ergiebt ſich allgemein

$$\Pi = \frac{M}{60}\left[\mathfrak{H} + \mathfrak{N}\left(1 + \frac{c^2}{g}\left[0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right]\right)\right]$$

wobey

wobey jedoch die Reibung der Kolben, und der Waſſerverluſt (oder derjenige Theil der gehobenen Waſſermenge, den die Sätze bey jedem Hube wieder fallen laſſen), welche beyde von der mehr oder minder vollkommenen Struktur der Stiefel, Kolben und Ventile abhangen, noch beſonders in Rechnung zu bringen iſt.

§. 118.

In der lezten Gleichung ſind alle Gröſſen, m und v allein ausgenommen, theils durch die Forderungen der Aufgabe ſelbſt beſtimmt und gegeben, theils willkührlich zu beſtimmen. Wenn man ſich daher derſelben zur erſten vorläufigen Berechnung einer zu machenden Anlage bedienen will, ſo muß man für die beyden unbekannten Gröſſen v und m (die ſich eigentlich erſt nach einem vollſtändigen Entwurfe und ausgeführten Riſſen genau beſtimmen laſſen) durch Schätzung angenäherte, nach den Umſtänden der Aufgabe eher zu groſſe als zu kleine, Werthe annehmen, und hiernach die Rechnung ſo führen, daß bey einem in der Folge vorzunehmenden genauern Calkul die hiebey gemachten Fehler berichtigt werden können.

Wenn durch θ die Höhe einer Waſſerſäule ausgedrückt wird, deren Maſſe unmittelbar an einem Kolben angebracht auf die Beſchleunigung deſſelben eben ſo, wie alle ſchweren feſten Theile der Maſchine, die zugleich mit ſelbem in Bewegung geſezt werden müſſen, wirken würde; h die ſaigere Höhe des Stiefels vom Thürel bis zum Ausguß, und λ die ganze Länge des Saugrohrs anzeigt, ſo hat man, gemäß §. 89,

$$v = h + \lambda . \frac{W}{\omega} + \theta$$

da h, λ, und $\frac{W}{\omega}$ wieder nach Willkühr zu beſtimmen ſind. Und weil beym Niedergehen des Kolbens kein Waſſer gehoben, folglich nur die feſten Theile der Maſchine in Bewegung geſezt werden, ſo iſt geradehin

$$m = \theta .$$

Um nun die Gröſſe θ beyläufig zu beſtimmen, ziehe man vor allem die Bedingungen der Aufgabe in Betrachtung, ob nämlich die Pumpen unmittelbar am bewegenden Rade, oder in einiger Entfernung angebracht werden ſollen, ob viel

oder

oder wenig Zwiſchengeſchirr nöthig ſey, u. d. gl. und ſetze alsdann einen der Entfernung des Rades von den Pumpen, und der Höhe H oder H ſicher angemeſſenen Werth für θ feſt. Nach einigen über wirklich vorgerichtete, mit hinlänglicher Stärke gebaute, Waſſerkünſte angeſtellten Berechnungen glaube ich mit ziemlicher Sicherheit für Maſchinen von gewöhnlicher Gröſſe und Einrichtung allgemein

$$\theta = H\,(0{,}167 + 0{,}001 \,.\, L)$$

feſtſetzen zu dürfen, wenn H die Höhe eines Kunſtſatzes, und L die Entfernung des Rades vom Schachte, oder von den Pumpen in Fuſſen ausdrückt.

Dieß giebt demnach

$$v = h + \lambda \,.\, \frac{W}{\omega} + H\,(0{,}167 + 0{,}001 \,.\, L)$$

$$\text{und } m = \theta = H\,(0{,}167 + 0{,}001 \,.\, L)$$

Folgendes Beyſpiel ſoll die Anwendung dieſer Formeln vollſtändig erläutern.

§. 119.

Aufgabe. Es ſoll 12 löthige Soole 13 Lachter (Freybergermaaß) oder 91 Fuß hoch mittelſt dreyer übereinander geſtellten paar Saugpumpen durch 4 Pferde gehoben werden. Man ſucht erſtens: wie viel Soole von dieſer Kraft auf benannte Höhe in jeder Minute gebracht werden kann? zweytens: die ſchicklichſte Anordnung der Maſchine.

Aufloſung. I. Nach ſehr genau angeſtellten Verſuchen des berühmten Herrn James Watt in Birmingham kann ein Pferd von mittlerer Gröſſe im horizontalen Zuge einen beſtändigen Widerſtand von 140 ℔ mit einer Geſchwindigkeit von 4 Fuß überwinden, und dabey mehrere Stunden gut aushalten. Es iſt alſo der Effekt eines Pferdes $= 140 \,.\, 4 = 560$ in Pfunden, und, wenn der Kubickfuß Waſſer β Pfunde wiegt, $= \frac{560}{\beta}$ in Kubickfuſſen Waſſer ausgedrückt. Nimmt man z. B. engliſches Maaß, ſo iſt, weil der Kubickfuß reines Waſſer $62\frac{1}{2}$ Pfund wiegt, der Effekt eines Pferdes $= \frac{560}{62{,}5} = 8{,}96$. Weil aber hier nicht reines Waſſer, ſondern Soole, (deren ſpezifiſche Schwere $= 1 +$

0,00728.

0,00728 . 12 = 1,08736 iſt, (§. 109.) und wovon alſo der engliſche Kubickfuß 67,96 Pfund wiegt) zu heben iſt, ſo wird der Effekt eines Pferdes, auf das eigenthümliche Gewicht des hier zu hebenden Waſſers reduzirt, $= \frac{560}{67,96} = 8,24$. Mithin, weil 4 Pferde zugleich angeſpannt werden ſollen,

$$\Pi = 32,96.$$

II. Weil hier $\mathfrak{H} = 91$, und $\mathfrak{N} = 3$ iſt, ſo hat man demnach die in einer Minute zu hebende Waſſermenge

$$M = \frac{60 \cdot 32,96}{91 + 3\left[1 + \frac{c^2}{g}\left(0,0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1,39 \cdot \frac{v}{b}\right)\right]}$$

und die erſte Forderung der Aufgabe iſt befriedigt, ſobald die Gröſſen c, b, m und v beſtimmt ſind.

Man ſetze die mittlere Geſchwindigkeit der ſteigenden und fallenden Kolben $c = 1$ Fuß, und die Länge der Hübe = 3 Fuß.

Da die ſaigere Höhe jeder Pumpe $H = \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{N}} + 1$ ſeyn muß, (§. 117.) ſo iſt hier $H = \frac{91}{3} + 1 = 31,33$ die Höhe eines einzelnen Satzes. Giebt man den Saugröhren eine Länge von 24 Fuß, ſo bleibt für die Höhe h vom Thürel bis zum Ausguß $31,33 - 24 = 7,33$ Fuß.

Es ſey die Entfernung des Kunſtſchachtes von der Stelle, wo die Kurbelwelle gelegt werden kann, oder $L = 150'$, ſo hat man nunmehr (nach dem vorhergehenden §.)

$$m = \theta = 31,33\,(0,167 + 0,001 \,.\, 150)$$
$$= 9,93, \text{ wofür man } m = 10$$

nehmen kann. Hiernach wird

$$v = 7,33 + 24 \cdot \frac{W}{\omega} + 10 = 17 \cdot 33 + 24 \cdot \frac{W}{\omega} \,.$$

III. Wenn man nach der §. 111. gegebenen Formel das vortheilhafteſte Verhältniß der Stiefelweite zur Weite des Saugrohrs berechnet, ſo findet man

$\frac{W}{\omega}$

$$\frac{W}{\omega} = 0{,}055 \cdot 8 + \sqrt{\left(0{,}1103 \cdot \frac{17{,}33}{3} + 0{,}003 \cdot 64 - 0{,}158\right)}$$
$$= 1{,}24, \text{ alſo}$$
$$v = 17{,}33 + 24 \cdot 1{,}24 = 47.$$

Sezt man nun, nach engliſchem Maaße, g = 16, ſo ergiebt ſich

$$\frac{c^2}{g}\left[0{,}0078\left(45 + \frac{m}{b}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{v}{b}\right] = \frac{1}{16}\left[0{,}0078\left(45 + \frac{10}{3}\right)^2 + 1{,}39 \cdot \frac{47}{3}\right]$$
$$= \frac{1}{16} \cdot 39{,}99 \cdot 85 = 2{,}499$$

wofür man kürzer 2, 5 nehmen kann.

IV. Aus den hier beſtimmten Werthen von c, b, m, v und g ergiebt ſich demnach

$$M = \frac{1977{,}6}{91 + 3\,(1 + 2{,}5)} = \frac{1977{,}6}{101{,}5}$$
$$= 19{,}48 \text{ Kubickfuß.}$$

wofür man aber, wegen der Reibung der Kolben in den Stiefeln, und den übrigen an den verſchiedenen Theilen der Maſchine vorfallenden Reibungen (die ſich unmöglich voraus beſtimmen laſſen) mit Sicherheit nur

$$M = 18 \text{ Kub. Fuß}$$

annehmen darf.

V. Weil nun für jede Pumpe n. b = 30. c iſt (§. 96.) wenn n die Anzahl der Kolbenhübe in einer Minute anzeigt, ſo iſt hier

$$n = \frac{30 \cdot 1}{3} = 10.$$

Und da ferner M = N. b. W. n iſt, (§. 103.) wenn durch N die Anzahl der in gleicher Höhe ausgieſſenden Pumpen ausgedrückt wird, ſo ergiebt ſich

$$W = \frac{18}{2 \cdot 3 \cdot 10} = 0{,}3 \text{ Quadratfuß}$$
$$= 43{,}2 \text{ Quadratzoll.}$$

Dieß

Dieß giebt den Durchmeſſer der Kolbenröhren

$$D = \sqrt{1{,}2738 \cdot 43{,}2} = \sqrt{55} = 7{,}4 \text{ Zoll},$$

und, weil (nach III) $\frac{W}{\omega} = 1{,}24$ iſt, die Weite der Saugröhren

$$\omega = \frac{43{,}2}{1{,}24} = 34{,}8,$$

alſo den Durchmeſſer derſelben

$$\delta = \sqrt{1{,}2738 \cdot 34{,}8} = \sqrt{44{,}42} = 6{,}6 \text{ Zoll}.$$

VI. Da nun alle Abmeſſungen der Pumpen beſtimmt ſind, ſo bleibt nichts mehr übrig, als die Anordnung der Maſchine, durch welche die Kolben in Bewegung geſezt werden. Man beſtimme alſo vors Erſte den Durchmeſſer des Kreiſes, welchen die Pferde beſchreiben ſollen, oder die Länge des Schwengels, an welchem ſie ziehen müſſen. Es ſey dieſe 24 Fuß, und die Geſchwindigkeit der Pferde 4 Fuß, ſo iſt der Kreis, in welchem ſie laufen, 150,79, beynahe 151 Fuß, folglich die Zeit eines Umlaufs der ſtehenden Welle $= \frac{151}{4} = 37{,}75$ oder 38 Sekunden. Weil nun das Getriebe mit der Kurbelachſe in der Minute zehnmal umlaufen, alſo in 6 Sekunden eine Umdrehung vollenden muß, ſo muß der Durchmeſſer des an der ſtehenden Welle befeſtigten Kammrades zum Durchmeſſer des Getriebes ſich verhalten, wie 38 : 6 = 19 : 3. Man könnte demnach lezterm einen Durchmeſſer von 4 Fuß, und erſterm einen Durchmeſſer von $25\frac{1}{3}$ Fuß geben. Die eiſerne Kurbel an der Achſe des Getriebes wird doppelt gebogen, ſo daß jeder Bug, oder die Entfernung des Mittelpunktes der Warzen von der Achſe, 18 Zoll beträgt, und die Bewegung der Kolben geſchieht mittelſt zweyer über dem Schacht gehängten halben Kreuze, deren jedes durch ein beſonders Geſtänge mit der Kurbel in Verbindung geſezt wird. Weil indeſſen bey einer ſolchen Vertheilung der Laſt, wegen dem veränderlichen Momente der Krummzapfen, der Widerſtand ziemlich ungleich werden muß, und daher die Pferde bald die ganze Laſt aller Sätze nebſt der Reibung, bald wieder nur die lezte allein zu überwinden hätten, ſo würde ein an die Welle des Getriebes befeſtigtes 16 bis 20 Fuß hohes, am Umfange hinlänglich beſchwertes, Schwungrad den Gang der Maſchine gleichförmiger machen, und den Thieren eine beträchtliche Erleichterung verſchaffen. Eben derſelbe Zweck könnte aber auch, ohne Schwungrad, dadurch erreicht werden,

 daß

daß man über den Kunſtſchacht drey ganze Kreutze nebeneinander, und an jedem ein paar Sätze hienge, dann dieſe drey Kreutze mittelſt eines dreyfachen Geſtänges (welches zugleich ziehen und ſchieben müßte) durch eine dreyfache Kurbel in Bewegung ſezte, da dann die ganze Laſt für einen Umlauf des Getriebes ins Sechsfache vertheilt, und zugleich jedes Kreutz und Geſtänge nur mit dem dritten Theile der Laſt beſchwert würde.

Anmerkung. Ich habe in dem leztangeführten Beyſpiele den mechaniſchen Widerſtand beym Aufzug und Niedergang der Kolben nach den im IXten Kapitel gefundenen Formeln, nämlich ſo berechnet, als ob die an der Kolbenſtange wirkende Kraft zu den beſtändigen gehörte. Im Grunde ſind nun freylich dieſe Formeln nur für diejenigen Pumpwerke anwendbar, deren Kolben durch Waſſerſäulen- oder Dampfmaſchinen, oder auch unmittelbar ohne Zwiſchengeſchirr durch Menſchenhände bewegt werden, da die Kraft nur bey dieſen Vorrichtungen beſtändig, beym Krummzapfen oder der Kurbel hingegen mit jedem Augenblicke veränderlich iſt. So lang uns indeſſen noch eine vollſtändige ſichere Theorie des Krummzapfens fehlt: (welche ohne Zweifel eine der ſchwerſten Aufgaben der höhern Mechanik iſt) ſo kann man jene Formeln auch bey der Bewegung durch Kurbeln, meiner Meinung nach, mit ziemlicher Sicherheit beybehalten, weil hier die Bewegung des Kolbens in der erſten Hälfte ſeines Hubes in demſelben Maaße beſchleunigt, als in der leztern Hälfte verzögert wird, folglich die träge Maſſe der bewegenden Kraft gegen das Ende des Hubes wieder um ſo viel mehr zu Hilfe kömmt, als ſolche am Anfange mehr Widerſtand leiſtet. — Wer Gelegenheit hätte, den mechaniſchen Widerſtand träger durch Kurbeln mit verſchiedener Geſchwindigkeit in reziproke Bewegung geſezter Maſſen durch Verſuche im Groſſen zu beſtimmen, könnte ſich um das Maſchinenweſen ſehr verdient machen. Die Vorrichtung hiezu müßte, wie bey einer Walg- oder Mangmaſchine, ſo gemacht werden, daß eine beträchtliche Maſſe in horizontaler Richtung hin und her geſchoben würde, da dann auſſer der Reibung und dem Widerſtande der Trägheit keine Laſt in Betrachtung käme.

Zwölf-

Zwölftes Kapitel.

Theorie der vereinbarten Saug- und Hebwerke; Grundſätze zu ihrer vortheilhafteſten Anordnung; Vorzüge derſelben vor den niedern Sätzen.

§. 119.

Wenn über dem Kolbenrohr einer Saugpumpe noch ein anders Rohr von gleicher oder verſchiedener Weite geſezt, und das Waſſer in demſelben von dem ſteigenden Kolben aufwärts gedrückt oder gehoben wird, ſo hat man eine vereinbarte Saug- und Hebepumpe, oder, in der Sprache der Bergleute, einen hohen Kunſtſatz. Durch eine ſolche Pumpe kann demnach (wenn die Aufſatzröhren verlängert werden) Waſſer, wie durch ein Druckwerk, auf jede Höhe, die ſich mit der Stärke dieſer Röhren verträgt, gehoben werden, da hingegen die ſaigere Höhe eines gewöhnlichen niedrigen Satzes allemal auf 5 Lachter eingeſchränkt iſt.

§. 120.

Aufgabe. Alle Dimenſionen einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe ſind gegeben, nebſt der Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolbens; man ſucht den Widerſtand, welchen die über dem Kolben befindliche, und mit demſelben zugleich gehobene, Waſſerſäule, im Stande der Beharrung, ausübt

Auflöſung. Es ſey die Weite des Kolbenrohrs ABCD (Fig. 40.) $= W$,
Die Weite der Aufſatzröhre bcde . . . . $= w$,
Der Durchmeſſer derſelben . . . . $= d$,
Die Höhe derſelben bc . . . . $= h$,
Der Querſchnitt der Kolbenſtange . . . . $= r$,

Die

Die Höhe mA vom Kolben bis zum Aufſatzrohr . . . . . = x,
Die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben . . . . . . = c,
Die Höhe einer Waſſerſäule auf der Grundfläche des Kolbens, deren Gewicht dem genannten Widerſtand gleich wäre. . . . = X.

Man ſieht, daß die Auflöſung dieſer Aufgabe ſchon in der §. 47. vorgetragenen enthalten iſt: wenn man daher in der dort gefundenen Formel W ſtatt A, w ſtatt W, x ſtatt h, und h ſtatt l ſezt, ſo ergiebt ſich die auf den bewegten Kolben von oben wirkende Druckhöhe

$$X = x + h + \frac{c^2}{4g}\left(1 + \frac{W^2}{w^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{w}{W}\right).$$

Weil aber das Waſſer beym Eintritt in die untere Mündung des Aufſatzrohrs cd eine Zuſammenziehung (§. 48.) leidet, und noch überdieß der Querſchnitt dieſes Rohrs durch die Dicke der in demſelben befindlichen Kolbenſtange verengt wird, ſo muß ſtatt w eigenlich $\frac{w-r}{\sqrt{\left(2-\frac{w}{W}\right)}}$, alſo

$$X = x + h + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{W^2\left(2-\frac{w}{W}\right)}{(w-r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{w-r}{W\sqrt{\left(2-\frac{w}{W}\right)}}\right]$$

geſezt werden; oder, wenn man überhaupt den Koeffizienten der Zuſammenziehung $\frac{1}{\sqrt{\left(2-\frac{w}{W}\right)}} = \varepsilon$ ſezt,

$$X = x + h + \frac{c^2}{4g}\left[1 + \frac{W^2}{\varepsilon^2(w-r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{\varepsilon(w-r)}{W}\right].$$

Da nun die obere vom Waſſer gedrückte Fläche des Kolbens = W — r iſt, ſo hat man den geſuchten Widerſtand

$$= (W - r)\,X,$$

und (wenn der Widerſtandskoeffizient $1 + \frac{W^2}{\varepsilon^2(w-r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{\varepsilon(w-r)}{W}$ Kürze halber B genannt wird)

$$= (W - r)\left(x + h + B.\frac{c^2}{4g}\right).$$

§. 121.

§. 121.

Heißt die Höhe des Kolbenrohrs β, die ſaigere Höhe des Saugrohrs l, die ganze Länge deſſelben λ, deſſen Weite ω, und Durchmeſſer δ, die Weite der Ventilöfnung zwiſchen Stiefel und Saugrohr φ, und die Weite der unterſten oder Schlundöfnung a, ſo iſt (nach §. 69.) der Widerſtand, welchen das unter dem Kolben befindliche Waſſer im Beharrungsſtande verurſacht,

$$= W \left(l + \beta - x + B . \frac{c^2}{4g} \right)$$

$$= W \left[l + \beta - x + \frac{c^2}{4g} \left(1 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left[1 + \frac{\lambda}{53\delta} - \frac{\varphi + a}{\omega} \right] \right) \right]$$

Wenn demnach der geſammte Widerſtand, welchen das über und unter dem Kolben befindliche Waſſer der bewegenden Kraft im Beharrungsſtande entgegen ſezt, P heißt, ſo hat man

$$P = W \left(l + \beta - x + B . \frac{c^2}{4g} \right) + \left(W - r \right) \left(h + x + B' . \frac{c^2}{4g} \right)$$

$$= W . \left[l + \beta + h + \frac{c^2}{4g} \left(B + B' \right) \right] - r . \left(h + x + B' . \frac{c^2}{4g} \right)$$

Weil indeſſen in den meiſten Fällen r gegen W ziemlich klein iſt, und man ohnehin immer auf den größten Widerſtand rechnen muß, ſo kann das lezte negative Glied dieſer Gleichung um ſo ſicherer ganz weggelaſſen werden, da bey einem doppelten Saug- und Hebewerk der Widerſtand gegen den niedergehenden Kolben wegen dem Querſchnitt der Kolbenſtange gerade um ſo viel vermehrt wird, als ſolcher gegen den ſteigenden Kolben geringer ausfällt (§. 87.) Man hat daher, bey einer ſolchen Einrichtung, wenn die ganze ſaigere Höhe des Satzes $+ \beta + h$, vom Sumpf bis zum Ausguß H heißt, allgemein

$$P = W \left[H + \frac{c^2}{4g} \left(B + B' \right) \right]$$

das

das iſt:

$$P = WH$$

$$+ W . \frac{c^2}{4g} \left[2 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2} \left(1 + \frac{\lambda}{53d} - \frac{a + \varphi}{\omega} \right) + \frac{W^2}{s^2 (w - r)^2} \left(1 + \frac{h}{53d} \right) - \frac{s(w - r)}{W} \right]$$

§. 122.

Das bisher Vorgetragene bezieht ſich blos auf den Beharrungsſtand, wenn nämlich die Geſchwindigkeit des ſteigenden Kolben ganz gleichförmig und unveränderlich geworden iſt. Da indeſſen die mit dem Kolben zugleich in Bewegung geſezten feſten und flüſſigen Maſſen, nach den Geſetzen der Trägheit, nicht plötzlich vom Stand der Ruhe zu jener Geſchwindigkeit übergehen, ſondern ſich ſolcher durch allmähliche Beſchleunigung nur ſtuffenweiſe nähern können, ohne ſie doch, im ſtrengſten Sinne, je zu erreichen, (§. 72.) ſo wird auſſer der hier berechneten Kraft noch ein gewiſſes Uebergewicht blos wegen der Trägheit der Maſſen erfordert, wenn der Kolben in einer beſtimmten Zeit einen gegebenen Weg zurücklegen ſoll.

Sezt man dieſen Weg, oder die Länge des Kolbenhubes = b, die Zeit, in welcher derſelbe zurückgelegt wird, = t, die Höhe einer Waſſerſäule, welche unmittelbar auf dem Kolben denſelben Einfluß auf die Beſchleunigung deſſelben haben würde, welchen alle ſchweren Maſſen zuſammen auf dieſelbe äuſſern, = v, die Höhe einer Waſſerſäule, deren Gewicht dem vereinten hydrauliſchen und mechaniſchen Widerſtande (§. 81.) gleich iſt = z, ſo hat man, nach §. 77 — 84, wenn man nämlich in den dortigen Formeln nur $B + B'$ ſtatt B ſezt

$$z = \frac{v^2}{g t^2 (B + B')} \left[\text{lognat} \left(E^{\frac{b}{2v}(B+B')} + \sqrt{\left(E^{\frac{b}{v}(B+B')} - 1 \right)} \right) \right]^2$$

oder, wenn man ſich der geſchmeidigern Formel §. 80. bedienen will,

$$z = \frac{B + B'}{4 g t^2} \left(b + 1{,}39 . \frac{v}{B + B'} \right)^2 .$$

Es

Es wird demnach die ganze zu einem Hube erforderliche Kraft

$$P = W\,(H + z + \rho)$$

$$= W\left[H + \frac{B + B'}{4gt^2}\left(b + 1{,}39\,.\,\frac{v}{B + B'}\right)^2 + \rho\right]$$

da ρ dieſelbe Bedeutung hat, wie §. 90, und eben ſo zu beſtimmen iſt.

§. 123.

Wenn die ganze Länge des Aufſatzrohres h, die Länge des Saugrohrs λ, des Stiefels β iſt, und θ die Höhe einer Waſſerſäule anzeigt, deren Gewicht unmittelbar an der Kolbenſtange angebracht auf die Beſchleunigung derſelben eben ſo wirken würde, als die verſchiedenen feſten Maſſen oder Theile der Maſchine, welche mit dem Kolben zugleich in Bewegung geſezt werden (§. 89.) ſo findet man hier

$$v = \theta + \beta + h\,.\,\frac{W}{w - r} + \lambda\,.\,\frac{W}{\omega}\,.$$

und man ſieht, daß auch die Trägheit der im Aufſatzrohr befindlichen Waſſermaſſe bey jedem Hube einen deſto gröſſern Widerſtand verurſacht, je enger daſſelbe gegen die Weite des Stiefels iſt.

§. 124.

Weil die Bewegung des Kolben ſich deſto ſchneller dem Stande der Beharrung nähert, je gröſſer der hydrauliſche Widerſtand iſt (§. 110.), ſo findet auch bey einem hohen Satze ein gewiſſer vortheilhafteſter Werth des Widerſtandskoeffizienten $B + B'$ ſtatt, bey welchem nämlich das zur Bewegung erforderliche Uebergewicht ein Kleinſtes wird, und dieſer iſt, nach §. 111,

$$B + B' = 1{,}39\,.\,\frac{v}{b}$$

$$= 1{,}39\,.\left(\frac{\theta + \beta + h\,.\,\frac{W}{w - r} + \lambda\,.\,\frac{W}{\omega}}{b}\right)$$

Sezt

Sezt man, nach §. 107, allgemein

$$B = 2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(12,6 + \frac{\lambda}{53\,\delta}\right)$$

ſo muß für die vortheilhafteſte Einrichtung einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe,

$$2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(12,6 + \frac{\lambda}{53\,\delta}\right) + \frac{W^2}{\varepsilon^2 (w - r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{\varepsilon (w - r)}{W}$$

$$= 1,39 . \left(\frac{\theta + \beta + h . \frac{W}{w - r} + \lambda . \frac{W}{\omega}}{b}\right)$$

ſeyn.

§. 125.

Was den Niedergang des Kolbens bey einer vereinbarten Saug- und Hebpumpe betrift, ſo gelten hier alle jene Sätze und Formeln (§§. 70, 82, 83, 114 und 115.) welche wir für die niedern Sätze gefunden haben, da die gröſſere oder geringere Höhe der über dem Kolben befindlichen Waſſerſäule, bey deſſen Niedergang, auf die Geſchwindigkeit deſſelben und den Widerſtand gar keinen Einfluß hat.

§. 126.

Eben ſo kann nach dem zehnten Kapitel die vollſtändige Berechnung eines doppelten Saug- und Hebewerks geführt, und alle dortigen Formeln mit der einzigen Veränderung angewendet werden, daß man ſtatt B allenthalben $B + B'$ oder $2 + \frac{W^2}{\varphi^2} + \frac{W^2}{a^2} + \frac{W^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{\lambda}{53\,\delta} - \frac{\varphi + a}{\omega}\right) + \frac{W^2}{\varepsilon^2 (w - r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right)$ $- \frac{\varepsilon (w - r)}{W}$, oder, unter der Vorausſetzung §. 107,

$$B + B' = 2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(12,6 + \frac{\lambda}{53\,\delta}\right) + \frac{W^2}{\varepsilon^2 (w - r)^2}\left(1 + \frac{h}{53\,d}\right) - \frac{\varepsilon (w - r)}{W}$$

ſezt, da dann für $w = W$; $\varepsilon = 1$, folglich

$$B + B' = 2 + \frac{W^2}{\omega^2}\left(12,6 + \frac{\lambda}{53\,\delta}\right) + \frac{h}{53\,d}$$

wird, wenn man r gegen W als unbedeutend anſehen, und $W - r = W$ ſetzen kann.

§. 127.

Die ganze ſaigere Höhe eines hohen Kunſtſatzes iſt, wo ſie noch üblich ſind, von 8 bis zu 18 Lachter, wovon die Höhe des Saugrohrs gemeiniglich nur 3 bis 4 Lachter beträgt. Die Aufſatzröhren ſind, ſo wie die Saugröhren, von Kiefern-Lerchen- oder Büchenholz mit vielen Reifen beſchlagen, aber meiſtens von einem kleinern Durchmeſſer als das eiſerne oder metallne Kolbenrohr, weil man nicht leicht Stämme von ſolcher Stärke findet, welche ſich im Kern weiter als 8 bis 9 Zoll ausbohren laſſen, und dabey noch eine hinreichende Wanddicke behalten, um den Druck einer 70 bis 80 Fuß hohen Waſſerſäule auszuſtehen. *)

§. 128.

Die hohen Sätze waren ehemals auf den niederſächſiſchen Bergwerken faſt allgemein üblich, wie uns die Beſchreibungen von Leupold und Calvör**) zeugen. Heut zu Tag aber ſcheinen ſie aus Deutſchland gänzlich verbannt zu ſeyn, und

*) Ueber die Vorzüge des Büchenholzes zu Aufſatzröhren von dem größten Durchmeſſer und Höhe iſt ein von Herrn Rath Langsdorf in ſeinem fürtreflichen Lehrbuch der Hydraulik, eilften Kapitel, angeführter Verſuch völlig entſcheidend; ich ſetze ſeine eigenen Worte hieher: "Eine 14 Zoll weite büchene nur $2\frac{1}{2}$ Fuß lange Röhre, welche an beyden Enden und zwiſchen ſolchen noch zweymal, alſo überhaupt mit 4 eiſernen, 3 Zoll breiten, und beynahe $\frac{1}{2}$ Zoll dicken Reifen beſchlagen iſt, und mit dieſem Beſchlag 3 Wochen in Waſſer geworfen wird, um hinlänglich zu verquellen, hält den Druck einer 240 Fuß hohen Waſſerſäule hinlänglich aus, wenn ihre Wand nur nirgends unter $2\frac{1}{2}$ Zoll dick iſt. Man kann ſich hierauf ſicher verlaſſen, da ich dieſen wichtigen Verſuch mit vier verſchiedenen dergleichen Röhren angeſtellt habe, wovon noch überdas die eine ſchon vor dem Beſchlagen mit den Reifen an einer Seite von oben bis unten völlig von einander geriſſen war. Dieſer Riß wurde durch die eiſernen Reife und das nachherige Verquellen ſo zuſammengepreßt, daß bey dem ſtarken Druck der 240 Fuß hohen Waſſerſäule auch durch dieſe Röhre kein Tropfen durchzudringen vermochte." — Herr Rath Langsdorf meldet hiebey nicht, ob dieſe Röhrenſtücke von Rothbüchen oder von Weißbüchen Holze waren.

**) "Ein hoher freybergiſcher Satz beſteht aus 4 hölzernen 6 elligen, und "8 Zoll weit gebohrten Aufſatzröhren, deren jede mit 16 eiſernen

 "Ringen

und haben ihre Stelle, ſo viel ich weiß, nur noch in den ungarſchen Bergwerken erhalten. Ob nun gleich dieſer Umſtand ein ziemlich gegründetes Vorurtheil gegen die hohen Sätze überhaupt erwecken mag, ſo ſcheint mir doch die für das Bergwerksweſen äuſſerſt wichtige Frage:

Sind hohe oder niedrige Sätze vortheilhafter?

durch die allgemeine Einführung der niedrigen an die Stelle der ehemals üblichen hohen Sätze noch keineswegs entſchieden zu ſeyn, ſondern hier eine nähere Unterſuchung und Beleuchtung um ſo mehr zu verdienen, da wir aus der Erfahrung wiſſen, daß allgemein angenommene Meinungen nicht immer die richtigſten ſind, und daß man auch in techniſchen Gegenſtänden ſchon öfters eine alte an ſich gute Einrichtung in neuern Zeiten gegen eine ſchlechtere vertauſcht hat. Um obige Frage etwas beſtimmter zu faſſen, ſetze ich den Fall: es ſollte eine beſtimmte Menge Grubenwaſſer, z. B. 8 Kubickfuß in der Minute auf eine ſaigere Höhe von 36 Lachter, mittelſt eines Kunſtrades gehoben werden, welches in jeder Minute 6 Umläufe macht. Nun fragt ſich: ſollte man zwey hohe Kunſtſätze, jeden von 18 Lachter, ſo vorrichten, daß einer dem andern die Waſſer zuhebt, und der Kolben in dem einen ſteigt, indeß er im andern fällt, wie Fig. 41 darſtellt; oder ſollten 8 gewöhnliche Sätze, jeder von $4\frac{1}{2}$ Lachter Höhe ſo übereinander geſtellt werden, daß einer dem andern übers Kreutz zuhebt, und an jeder Schachtſtange oder Trumm 4 Kolbenſtangen angehängt ſind, wie Fig. 42 anzeigt? —

Wenn jede Maſchine überhaupt deſto vollkommener und ihre Einrichtung deſto vortheilhafter iſt, je einfacher ihre Struktur, und aus je wenigern Theilen ſolche zuſammen geſezt iſt, ſo muß wohl ſchon die bloſſe Anſicht und Vergleichung der beyden

"Ringen beſchlagen, welche an unſern Künſten ſich nicht finden; "ferner aus einer 10 bis 12 Zoll weiten Goſſe, welche ſie eine Kol"benröhre nennen, von 3 Ellen oder 72 Zoll hoch, ſo 4 bis $4\frac{1}{2}$ Centner "im Gewichte hat" u. ſ. f. — Calvör's Acta Hiſtorico-chronologico-Mechanica etc. I Theil pag. 76. Auf der folgenden Seite fügt er hinzu: "Es werden aber "dieſe hohen Sätze, wie ich berichtet worden, wegen ihrer vielfälti"gen Beſchwerlichkeit nach und nach abgeſchaffet, und dagegen das "Kunſtwerk mit niedrigen Sätzen, wie ſolche hier am Harze bräuch"lich ſind, vorgerichtet." Dieß ſchrieb Calvör im Jahre 1763.

beyden Entwürfe Fig. 40 und 41. ganz auffallend für die hohen Sätze entſcheiden. Hier ſind nur zwey Kolbenröhren oder Stiefel, zwey Kolben, zwey Ventile, und die Kolbenſtangen ſelbſt ſind unmittelbar an die Schachtſtangen gehängt. Dort hat man 8 Stiefel, 8 Kolben, 8 Ventile, alle von vollkommen gleicher Gröſſe, und nebſt den beyden Schachtſtangen (welche wegen der viel gröſſern Belaſtung weit ſtärker und mit ſtärkern Schlöſſern verſehen ſeyn müſſen) noch 8 beſondere Kolbenſtangen, welche mittelſt eben ſo vieler Krummeiſen oder Stangenhacken an jenen durch Schrauben und Bänder befeſtigt ſind. — Hier iſt in der Mitte zwiſchen dem Sumpf und dem Stollen ein einziger Waſſerkaſten, und im ganzen Schachte nur zwey Liederbühnen; dort ſind in demſelben Raume ſieben dergleichen Kaſten von gleicher Gröſſe, und 8 Liederbühnen nöthig. Bey der lezten Einrichtung ſind daher, ohne alle Widerrede, die Anlags- und Unterhaltungskoſten an Gußware, Liederung und Zimmerarbeit viermal, und an Eiſen und Schmiedearbeit wenigſtens 8 mal gröſſer als bey der erſten; dabey iſt die Maſchine um ſo viel mehr belaſtet, hat um ſo viel mehr Reibung, und iſt um ſo viel mehreren Zufällen und Stockungen ausgeſezt. Denn wenn an einem einzigen Kolben oder Ventile etwas fehlt, ſo muß die ganze Maſchine ſo lange ſtehen, bis das fehlerhafte Stück wieder ausgewechſelt oder reparirt iſt. — Ich ſchreite nunmehr zur genauen Berechnung des erforderlichen Kraftaufwandes für jede dieſer Einrichtungen.

I. Für die niedern Sätze

Da hier $n = 6$, $b = 3$, $M = 8$ iſt, ſo muß $W = \frac{M}{n \,.\, b} = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$ Quadratfuß $= 64$ Quadratzoll ſeyn; dieß giebt den Durchmeſſer der Kolbenröhre 9 Zoll.

Die ganze Höhe, zu welcher die Waſſer gehoben werden müſſen, iſt $\mathfrak{H} = 36 \,.\, 7 = 252$ Fuß, folglich die Höhe eines jeden einzelnen Satzes $H = \frac{\mathfrak{H}}{8} + 1 = 31{,}5 + 1 = 32\frac{1}{2}'$. Der Durchmeſſer der Saugröhren ſey $4''$, ſo iſt $\omega = 12{,}56$, alſo $\frac{W}{\omega} = \frac{64}{12{,}56}$ und $\frac{W^2}{\omega^2} = \frac{4096}{157{,}75} = 25{,}9$ oder 26. Die ganze Länge der Saugröhren wird 27 Fuß betragen können, alſo $\lambda = 27$. Wenn man daher, nach §. 107, die Weite der untern Oefnung $a = 0{,}8 \,.\, \omega$, und den Querſchnitt der Ventilöfnung $\varphi = 0{,}3 \,.\, \omega$ annimmt, ſo ergiebt ſich für jeden einzelnen Satz der Koeffizient des hydrauliſchen Widerſtandes, für den Kolbenhub,

B =

$$B = 2 + 26\left(12{,}57 + \frac{27}{53 \cdot \frac{1}{3}}\right) = 2 + 26 .\ 14{,}1$$

$$= 368{,}6 \text{ oder } 369.$$

Die Liederung der Kolben ſey auf gewöhnliche Art mit Scheiben vorgerichtet, und in jedem 6 Löcher von 2 Zoll Durchmeſſer für den Durchgang des Waſſers angebracht; ſo kann man höchſtens $\mu = 4$ Quadratzoll ſetzen, folglich den Widerſtandskoeffizienten für den niedergehenden Kolben, oder den Kolbenſchub (nach §. 70.)

$$K = 2 + \frac{W^2}{\mu^2} - \frac{r}{W}$$

$$= 2 + \frac{4096}{16} - \frac{r}{W}$$

$$= 2 + 256 - \frac{r}{W},$$

mit Vernachläſſigung des kleinen Bruches $\frac{r}{W}$,

$$K = 258.$$

Weil nun in einer Minute jeder Kolben 6 mal ſpielt, ſo iſt die Zeit eines Hubes oder Schubes $t = 4$ Sekunden (ich rechne eine Sekunde Stillſtand zwiſchen dem Wechſel der Bewegung bey jedem Kolbenſpiel).

Die Gröſſen υ und m ſind auf folgende Art zu beſtimmen. Nach §. 89. hat man $\upsilon = \theta + h + \lambda . \frac{W}{\omega}$, alſo hier

$$\upsilon = \theta + 5{,}5 + 27 . \frac{64}{12{,}56} = \theta + 143.$$

Das Gewicht von 4 Kolben, eben ſo vielen Kolbenſtangen, Krummeiſen oder Stangenhacken, mit dem nöthigen Beſchläge, und Schrauben, nebſt den Schachtſtangen kann man ſicher auf 15 Kub. Fuß Waſſer rechnen; dieß giebt θ auf die Kolbenfläche reduzirt, für jeden einzelnen Satz, $= 6{,}75$, folglich

$$\upsilon = 149{,}75 \text{ oder } 150.$$

Weil

Weil beym Niedergehen der Kolben die Waſſermaſſen nicht in Bewegung geſezt werden, ſo hat man

$$m = \theta = 6{,}75 \text{ oder } 7.$$

Wenn man nun noch ferner, nach §. 90, hier

$$\rho' = 3{,}75$$

ſezt, ſo ſind alle zur vollſtändigen Berechnung gehörigen Gröſſen beſtimmt, und man erhält, wenn man ſich der Formeln (§. §. 79 und 83.)

$$\eta = H + \rho + \frac{B}{4gt^2}\left(b + 1{,}39 \cdot \frac{v}{B}\right)^2$$

$$\text{und } y = \rho + \frac{K}{4gt^2}\left(b + 1{,}39 \cdot \frac{m}{K}\right)^2$$

bedient, hier für jeden einzelnen Saz

$$\eta = 32{,}5 + 3{,}75 + \frac{369}{64.16}\left(3 + 1{,}39 \cdot \frac{150}{369}\right)^2$$

$$= 32{,}5 + 3{,}75 + 4{,}55$$

$$= 40{,}8;$$

$$\text{und } y = 3{,}75 + \frac{258}{64.16}\left(3 + 1{,}39 \cdot \frac{7}{258}\right)^2$$

$$= 3{,}75 + 2{,}32 = 6{,}07.$$

Da nun beſtändig 4 Kolben zugleich gehoben, und eben ſo viele niedergedrückt werden müſſen, ſo iſt die ganze zur Bewegung beyder Schachtſtangen erforderliche Kraft dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe

$$4\,(y + \eta) = 4\,(6{,}07 + 40{,}8) = 4 \cdot 46{,}87$$

$$= 187{,}48 \text{ Fuß}$$

gleich; und, weil die halbe Höhe, zu welcher die Waſſer vom Sumpfe bis zum Stollen gehoben werden, nur 126 Fuß beträgt, ſo iſt bey dieſer Einrichtung das zur Bewegung erforderliche Uebergewicht allein dem Gewichte einer Waſſerſäule von der Höhe 187,48 — 126 = 61,48 Fuß gleich.

II. Für

II. Für die Einrichtung mit 2 hohen Sätzen.

Hier wird die Höhe eines Satzes H = 126 + 1 = 127 Fuß. Ich nehme die Saugröhren eben ſo weit, und ſo lang an, wie zuvor: ſo wird die Höhe der Aufſatzröhren h = 95′. Für eine ſolche Druckhöhe werden 8 Zoll weit gebohrte ſtückweiſe auf einander geſezte büchene Röhren, wenn die Wanddicke der untern allenthalben 3 Zoll, und der obern 2 Zoll beträgt, und alle mit eiſernen Reifen gehörig beſchlagen ſind, mit aller erforderlichen Sicherheit zu gebrauchen ſeyn. (ſiehe Langsdorfs Lehrbuch der Hydr. S. 132) — dieß giebt w = 50,24 □ Zoll.

Die Kolbenſtangen müſſen 3 Zoll ins Gevierte ſtark ſeyn, alſo r = 9, und w — r = 41,24.

Der Zuſammenziehungskoeffizient ε kann hier, ohne merklichen Fehler, = 1 geſezt werden, alſo $\frac{W^2}{\varepsilon^2 (w-r)^2} = \frac{4096}{1700} = 2{,}4$. Es wird demnach der Widerſtandskoeffizient für die über dem Kolben befindliche Waſſerſäule (§. 119.)

$$\acute{B} = 1 + 2{,}4 \left(1 + \frac{95}{53 \cdot \frac{2}{3}}\right) - \frac{41{,}24}{64}$$

$$= 1 + 2{,}4 \cdot 3{,}68 - 0{,}644$$

$$= 9{,}188, \text{ oder } 9;$$

und, weil B wie vorhin = 369 iſt,

$$B + \acute{B} = 378.$$

Nach §. 123 iſt hier $v = \theta + \beta + h \cdot \frac{W}{w-r} + \lambda \cdot \frac{W}{\omega}$

$$= \theta + 5{,}5 + 95 \cdot \frac{64}{41{,}24} + 27 \cdot \frac{64}{12{,}5} = \theta + 166.$$

Da hier nur 2 Kolben, keine beſondere Kolbenſtangen, keine Stangenhacken u. d. gl. vorhanden ſind, ſo wird θ höchſtens nur 4′ für jeden Satz ſeyn, folglich

$$v = 170.$$

Wenn man nun ρ zu 8′ annimmt (welches wohl hinlänglich ſeyn dürfte, da die Erfahrung zeigt, daß dieſe Art Reibung in einem kleinern Verhältniſſe als die drücken-

drückenden Waſſerſäulen zunimmt), ſo ſind alle Gröſſen beſtimmt, und man hat für den ſteigenden Kolben

$$\eta = 127 + 8 + \frac{378}{1024}\left(3 + 1{,}39 \cdot \frac{170}{378}\right)^2$$

$$= 139{,}85.$$

für den niedergehenden Kolben, da wir dieſelbe Liederung mit Scheiben vorausſetzen,

$$y = 8 + 2{,}32 = 10{,}32.$$

mithin die ganze zur Bewegung der beyden Sätze erforderliche Kraft dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich, deren Grundfläche W, und Höhe

$$\eta + y = 139{,}85 + 10{,}32 = 150{,}17 \text{ oder } 150.$$

Bey dieſer Einrichtung wird demnach das zur Bewegung erforderliche Uebergewicht bey jedem Hube dem Gewichte einer Waſſerſäule gleich, deren Höhe 150 — 126 = 24 Fuß iſt.

Aus dieſen beyden Berechnungen ergiebt ſich, daß die hohen Kunſtſätze einen weit geringern Kraftaufwand erfordern, als die gewöhnlichen Saugwerke, wenn durch beyde dieſelbe Wirkung herfürgebracht wird; da ſich das zur Bewegung nöthige Uebergewicht in beyden Fällen, wie 24 : 61 = 1 : 2,5 verhält, und daß alſo, in mechaniſcher ſowohl als in ökonomiſcher Rückſicht, die hohen Sätze den Vorzug verdienen.

§. 129.

Bey ſo auffallenden Vorzügen der hohen Kunſtſätze, die ſelbſt von allen Praktikern anerkannt werden müſſen, ſcheint es in der That unbegreiflich, wie ſolche dennoch in neuern Zeiten auf allen deutſchen Bergwerken abgeſchaft, und durch die in jedem Betrachte minder vortheilhaften Saugwerke verdrängt werden konnten. Die Gründe, welche indeſſen für dieſe Veränderung angeführt werden können, ſind folgende:

1) Da die Aufſatzröhren gemeiniglich einen kleinern Durchmeſſer als die Stiefel haben, und man alſo den Kolben nicht, wie bey den niedrigen Sätzen, oben heraus,

herausziehen kann, ſo muß, bey jedesmaligem Liedern, das Saugrohr aus dem Unter-Stöckel herausgenommen, der alte Kolben mit der Zugſtange durch die untere Oefnung des Stöckels herausgeſtoſſen, ein friſch geliederter angeſchraubt, und wieder durch dieſelbe Oefnung in den Stiefel hinauf gezogen, ſodann das Saugrohr mittelſt ſeiner Fröſchelſpreitzen von neuem wieder in das Stöckel geſtoſſen, und die Fugen Luft- und Waſſerdicht gemacht werden. — Eine ziemlich weitläuftige und beſchwerliche Arbeit, die beſonders in Gruben, wo die Liederung wegen freſſenden Waſſern ſehr oft erneuert werden muß, vielen Zeitverluſt verurſacht, da hingegen bey niedrigen Sätzen, weit ſchneller und leichter, der abgenüzte Kolben nur oben herausgezogen, und ein friſch geliederter an die Stange geſchraubt wird.

2) Bey den niedrigen Sätzen kann man durch die im untern Stöckel angebrachte mit dem Pflocke verſchloſſene Oefnung, ſo oft man will, ohne Schwierigkeit zum Thürl gelangen, ſolches reinigen, wenn es durch Sand oder Unrath verſtopft, oder gegen ein friſches verwechſeln, wenn es unbrauchbar geworden iſt.

Bey den hohen Sätzen läßt ſich, wegen des ſtärkern Druckes, dieſer Pflock (auf dieſelbe Art) nicht anbringen, und man iſt daher genöthigt, bey jeder am Thürl vorzunehmenden Reparatur das Saugrohr, auf deſſen obern abgeſtumpftem Theile ſolches befeſtigt iſt, wie beym Liedern des Kolben, unten herauszunehmen.

3) Die hölzernen Kolben ſtehen den vereinten Druck der Waſſer- und Luftſäule bey den hohen Sätzen nicht aus, und die ledernen Scheiben drücken ſich zu ſtark in die Löcher der Kolbenſcheibe ein, wenn man denſelben die gehörige Weite giebt. Auch leidet hiebey das Ventil oder Thürl ungleich mehr, und wird daher auch eher ſchadhaft.

4) Bey hohen Sätzen werden zu den Aufſätzen weitere Röhren von hartem Holze erfordert, da man bey niedrigen enggebohrte Röhren von weichem Holze anwenden kann.

5) Bey flachen Kunſtſätzen (dergleichen auf Ganggebürgen vorkommen) werden die Schachtſtangen mit Schleppſchienen verſehen, welche, zur Verminderung der Reibung auf beweglichen Scheiben oder Rollen liegen, und die kurze Kolbenſtange liegt nirgends auf. Bey hohen Sätzen würde in einer ſolchen Lage das Aufliegen und Reiben der längern Zugſtangen in den Aufſatzröhren unvermeidlich ſeyn,

ſeyn, und nicht nur beträchtlichen Widerſtand, ſondern ſehr geſchwinde Abnützung dieſer Stangen und Röhren verurſachen.

6) Die gewöhnlichen Sätze von 4 bis 5 Lachter ſaigerer Höhe gewähren den Vortheil, daß man diejenigen Waſſer, welche auf höhern Strecken zulaufen, (ſtatt ſolche in die Teufe fallen zu laſſen) in der größtmöglichen Höhe auffangen, und mit dem vom Sumpfe gehobenen zugleich wegſaugen kann. Man leitet ſolche nämlich, wie bekannt, in den erſten gleich hoch, oder zunächſt darunter ſtehenden Kaſten, und giebt, von dieſer Stelle an, allen darüber geſtellten Sätzen um ſo weitere Kolbenröhren, je nachdem es die Menge der beſondern Zuflüſſe in den verſchiedenen Höhen erfordert. Bey den hohen Sätzen kann dieſer Vortheil nicht allemal ſo gut benützt werden, weil man die Waſſer, welche etwas unter dem Ausguße eines Satzes zuflieſſen, bis zu dem nächſt darunter liegenden Sumpfe oder Waſſerkaſten fallen zu laſſen, und ſolche folglich aus einer gröſſern Teufe anzuheben genöthigt iſt.

§. 130.

Alle dieſe Einwürfe finden zwar gegen die hohen Kunſtſätze, ſo wie ſie bis jezt in Deutſchland vorgerichtet worden ſind, allerdings Statt. Daß ſolche aber bey einer zweckmäſſigern Anordnung gänzlich vermieden, und mit der bereits erwieſenen mechaniſchen Vollkommenheit der hohen Sätze alle die praktiſchen Vortheile und Bequemlichkeiten der gewöhnlichen Saugwerke vereinbart werden können, hievon ſollen ſich meine Leſer in den folgenden Kapiteln überzeugen.

Dreyzehntes Kapitel.

Beſchreibung der in England üblichen hohen Kunſtſätze.

§. 131.

Man hat ſeit vielen Jahren bey den in England vorgerichteten Waſſerkünſten alles Holzwerk gänzlich abgeſchaft, und baut nun allgemein dieſe Maſchinen ganz von gegoſſenem Eiſen. Das hierauf verwandte Anlagskapital verzinnſet ſich durch die längere Dauer, die vollſtändigere Wirkung, und Erſparung der bey den ehemals auch dort üblichen hölzernen Sätzen beſtändig vorfallenden Reparaturen und Flickereyen auf eine ſo vortheilhafte Art, daß es dort Niemanden mehr einfallen würde, die Vorzüge dieſer ganz aus Eiſen verfertigten Pumpen, ſelbſt in ökonomiſcher Rückſicht, zu bezweifeln. *)

Niedrige Sätze oder bloſſe Saugwerke ſind dort nirgends zu finden; (es müßte denn die ganze Höhe, zu welcher Waſſer gehoben werden ſollte, nicht mehr als 28 bis 30 Fuß betragen) dagegen ſind die vereinbarten Saug- und Hebepumpen allgemein eingeführt, und zwar ſo, daß ſie mehr heben als anſaugen, d. i. daß die Aufſatzröhren beträchtlich länger ſind als die Saugröhren. Beyden giebt

*) Wie weit es die Engländer überhaupt im Gebrauch des Gußeiſens als Baumaterial gebracht haben, davon zeugen ihre zahlreichen fürtreflichen Eiſenhütten, in denen, die Sparren des Daches ausgenommen, beynahe gar nichts mehr von Holze anzutreffen iſt. Waſſerräder mit ihren Schaufeln, Aermen und Wellen, die auf ſelbe geleiteten Gefluder oder Gerinne, Hammer und Amboßſtöcke, Gebläſe und Windleitungen, alles iſt daſelbſt von Eiſen. Ganz eiſerne Kammräder und Getriebe in den Mühlen ſind längſtens eingeführt, und groſſe über ſchifbare Ströhme ganz von Gußeiſen gebaute Brücken gehören in England ſchon nicht mehr unter die Seltenheiten.

giebt man eine ſolche Weite, daß der hydrauliſche Widerſtand, welchen die bewegte Waſſerſäule dem ſteigenden Kolben entgegen ſezt, auch bey einer beträchtlichen Geſchwindigkeit des leztern, ſo gering als möglich wird; eine Vorſicht, welche bey dem gewöhnlich ſehr lebhaften Spiele der engliſchen Pumpen beſonders nöthig iſt.

Die Saugröhren werden ſelten länger als 12 bis 14 Fuß, und von gleicher Weite mit den Kolbenröhren, oder höchſtens nur um ein paar Zoll im Durchmeſſer enger gemacht. *) Den Aufſatzröhren hingegen giebt man ein paar Zoll im Durchmeſſer mehr als den Kolbenröhren; ihre Höhe iſt von 60 zu 120 Fuß.

Die Ventile, ſowohl auf dem Kolben als jene zwiſchen Stiefel und Saugröhren ſind durchaus Klappenventile, und zwar mit doppelten Klappen, welche man, der Aehnlichkeit wegen, Butterflywings (Schmetterlingflügel) nennt.

Die Kolben ſind von Eiſen dünn gegoſſene abgeſtumpfte hohle Kegel, welche bey ihrem Niedergange dem Waſſer den möglich größten Durchgang darbieten. Ihre Liederung beſteht in einer von auſſen mittelſt eines darüber angetriebenen eiſernen oder kupfernen Ringes befeſtigten Kappe von Leder, welche von der darüber ſtehenden Waſſer- und Luftſäule oben auseinander und allenthalben genau an die Stiefelwand angedrückt wird.

Die

*) Vor zwanzig Jahren hatten auch noch in England einige alte Kunſtmeiſter (Engineers) das Vorurtheil, daß der Widerſtand bey engen Saugröhren kleiner ſey als bey weiten. Der berühmte Eiſenhüttenmeiſter Herr John Wilkinſon (welcher überhaupt auf Verſuche zur Verbeſſerung des Eiſenhütten- und Maſchinenweſens mehr verwendet, und ſich daher auch mehr um dieſe Fächer verdient gemacht hat, als alle Fürſten und alle Akademien von Europa) entſchied einen über dieſen Gegenſtand in ſeiner Gegenwart entſtandenen Streit und eine darauf geſezte Wette durch folgenden Verſuch: er ließ zwo Saugpumpen von gleicher Höhe verfertigen, deren Kolbenröhren 8 Zoll im Durchmeſſer weit waren; unter die eine ward ein Saugrohr von 3 Zoll im Durchmeſſer, unter die andere ein Saugrohr von gleicher Länge, aber 12 Zoll im Durchmeſſer geſezt, und ſiehe da! die Pumpe mit dem weiten Saugrohr gieng um vieles leichter als die andere, und der Streit war für immer beygelegt.

Die Ventilſtöcke ſind vollkommen ſo wie die Kolben geſtaltet, nur mit dem Unterſchiede, daß ihre äuſſere kegelförmige Fläche, ſtatt mit einer ledernen Kappe umgeben zu ſeyn, abgedreht, und in den Untertheil des Stiefels, welcher eben ſo koniſch ausgebohrt iſt, genau eingepaſſet wird, in welchem Sitze das Ventil durch ſein eigenes Gewicht und durch den Druck des Waſſers von oben vollkommen luft- und Waſſerdicht erhalten, und woraus ſolches zu jeder Zeit mit der größten Leichtigkeit genommen werden kann.

Die Liederung d. h. die Auswechſelung der Kolben und Ventile verurſacht bey dieſer Einrichtung, der beträchtlichen Höhe der Aufſatzröhren ungeachtet, ſehr wenig Zeitverluſt, und es geht damit ſo ſchnell und bequem, als bey einem gewöhnlichen deutſchen niedrigen Satze nur immer möglich iſt.

Die Länge der Kolbenzüge iſt von 5 bis 10 Fuß, und die Anzahl derſelben in einer Minute 10 bis 20.

Ich ſchreite nunmehr zur nähern Beſchreibung eines der gröſſern engliſchen Kunſtſätze.

§. 132.

Auf der vierten Tafel ſtellt die erſte Figur einen vollſtändigen engliſchen Kunſtſatz im vertikalen Durchſchnitte, Fig. 2 und 3 im Aufriß vor. Hiebey iſt efgh das Saugrohr (the Windbore oder Succingpipe) 12 bis 13 Fuß lang aus einem Stücke gegoſſen (zuweilen auch aus mehreren Stücken mit Lappen und Schrauben zuſammengeſezt). Der untere Theil deſſelben, der Schlund, welcher bis an die punktirte Linie unter Waſſer zu ſtehen kömmt, iſt anderhalb bis zweymal weiter im Durchmeſſer als das Rohr, und mit vielen Löchern von $\frac{1}{2}$ bis 1 Zoll Weite verſehen, durch welche das Waſſer frey genug eingezogen, der gröbere Unrath und Sand hingegen abgehalten wird. *) Unmittelbar über dieſem erweiter-

*) Es verſteht ſich, daß die Summe aller dieſer Löcher wenigſtens keine kleinere Oberfläche, als der Querſchnitt des Saugrohrs, bilden muß, da man hierbey auf die Zuſammenziehung der eindringenden Waſſerfäden, und zufällige Verſtopfung eines Theils dieſer Oefnungen Rückſicht zu nehmen hat.

weiterten Theile iſt noch ein kurzes Rohr n ſeitwärts angegoſſen, welches mit einem wohl paſſenden hölzernen Stöpſer oder Pflocke verſchloſſen, und nur im Nothfalle geöfnet wird, wenn die Waſſer höher aufgehen, und die kleinen Oefnungen im Schlunde durch Sand oder Schlamm gröſtentheils verſtopft ſind. Zur Unterlage für das Saugrohr und, zum Theil, für die ganze Pumpe, dient eine 3 bis 4 Fuß im Quadrat breite, ein paar Zoll dicke Platte von Gußeiſen p p, welche in ihrer Mitte einen aufrecht ſtehenden Zapfen hat, der in das unterſte Loch des Schlundes f g geſteckt das Rohr und die ganze Pumpe in ſenkrechter Lage erhält. — Der obere Theil der Saugröhre e h erweitert ſich kegelförmig zu einerley Durchmeſſer mit dem nächſtfolgenden kurzen Zylinder, und iſt an denſelben mittelſt eines zirkelförmigen Randes oder Lappen durch Schrauben befeſtigt.*)

§. 133.

Dieſer kurze Zylinder b e h c (the Clackdoor piece, das Ventilſtück) macht eigentlich das Mittel zwiſchen dem Saugrohr und dem Kolbenrohr, und dienet zum Sitze für das koniſch abgedrehte Ventil, wie die Zeichnung weiſet. Damit man aber dieſes Ventil zu jeder Zeit bequem heraus nehmen könne, iſt an dieſem Stücke ſeitwärts ein viereckter Kaſten (ohngefähr wie der Schlund an den eiſernen ſogenannten Kanonöfen) angegoſſen, welcher mit einem vorſtehenden Rande verſehen,

*) Beym Abteufen eines Schachtes (Sinking) bedient man ſich für die unterſte, unmittelbar aus dem Sumpf anhebende Pumpe folgender Vorrichtung: das Saugrohr beſteht aus zweyen Stücken a b c d und m n o p (IIIte Tafel Fig. 44.) erſteres iſt an dem Kolbenrohr oder Ventilſtücke auf die gewöhnliche Art mit Schrauben befeſtigt; das zweyte, der Schleicher, wird in das erſte ſo hinein geſteckt, daß zuerſt blos ſein kolbiger durchlöcherter Theil herfürragt, nach und nach aber, als der Sumpf tiefer wird, immer weiter das ganze Rohr bis m p herab gelaſſen wird. Die Unterlage für dieſen Schleicher iſt eine eiſerne Platte f g h, welche unmittelbar auf dem Sumpfe liegt, und auf deren erhobenen Spitze das Stück n o feſtſizt. Dieſe Platte heißt, ihrer Geſtalt wegen, the Bishops cap, die Biſchofsmütze; man ſieht, daß durch dieſe Vorrichtung das Waſſer von allen Seiten ungehindert in das Saugrohr eintretten kann, und der unterſte Theil des Schlundes über dem Schlamme gehörig erhoben bleibt. Daß die Fuge bey b c in jeder Stellung mit Stopfleinwand verdichtet, und mit Lehmen gehörig überſtrichen werden muß, verſteht ſich von ſelbſt.

verſehen, und durch eine auf dieſen Rand genau paſſende 2 Zoll dicke gegoſſene Platte mit dazwiſchen gelegter Stopfleinwand und Kütte mittelſt 6 oder 8 Schraubenbolzen genau verſchloſſen wird. Man ſieht, daß dieſe Ventilthüre und Platte hier die Stelle des Pflockes am Unterſtöckel bey den gewöhnlichen deutſchen Saugwerken vertritt, und daß man, wenn die Platte losgeſchraubt und mittelſt der Stange t t abgehoben wird, das ganze Ventil durch die weite viereckte Oefnung herauslangen, die nöthige Ausbeſſerung an ſelbem vornehmen, oder ſogleich ein friſch geledertes an ſeine Stelle hinein bringen kann. Der Sitz des Ventils iſt auf ſolche Art nicht nur vollkommen Luft- und Waſſerdicht, ſondern auch ganz ſicher: denn da der untere Rand deſſelben y y Fig. 13. ganz ſchneidig iſt, ſo wirkt das von unten eindringende Waſſer eigentlich nur gegen den ſchmalen Steg n n Fig. 10; und da ſich die beyden Klappenflügel, welche beträchtlich leichter als der ganze Ventilſtock ſind, ohne Widerſtand öfnen, ſo iſt das Gewicht des leztern allein hinreichend dem Waſſerſtoſſe gegen den Steg zu widerſtehen, und daher auch bey dem lebhafteſten Kolbenſpiele nicht zu befürchten, daß das Ventil von dem durch die Saugröhre eindringenden Waſſer aus ſeinem Sitze heraus gehoben würde.

§. 134.

Unmittelbar auf dieſem kurzen Zylinder oder Ventilſtücke iſt, mittelſt Lappen (Flanches) und Schrauben das Kolbenrohr a b c d (the workingbarrel) befeſtigt, ein inwendig genau ausgebohrter und polirter eiſerner Zylinder, deſſen Weite nach der Menge der zu hebenden Grubenwaſſer 6, 8, 10, 12, 16 bis 30 Zoll im Durchmeſſer, und deſſen Länge gemeiniglich 9 bis 12 Fuß beträgt. In dieſem Zylinder ſpielt der eiſerne mit einer ledernen Kappe über den Sturz geliederte Kolben (the bucket) mit einem Hube von 8, 9 bis 11 Fuß.*) Uebrigens hat dieſes,

*) Dieſe langen Kolbenröhren und Hübe ſind indeſſen nur bey ſolchen Kunſtſätzen üblich, welche mittelſt der Dampfmaſchine in Bewegung geſezt werden. Auch iſt ein ſehr langer Hub bey dieſen Maſchinen, wo die bewegende Kraft vom Anfange des Hubes bis ans Ende deſſelben beynahe beſtändig iſt, ſo wie bey den Waſſerſäulenmaſchinen, beſonders vortheilhaft, wie aus dem XI. Kapitel bewieſen iſt. Bey den Waſſerkünſten mit dem Krummzapfen, da die bewegende Kraft mit jedem Augenblicke ſich verändert, iſt der Kolbenhub gemeiniglich nur 5 Fuß, und das Kolbenrohr 6 Fuß lang.

dieſes, wie alle andere Stücke oben und unten zirkelförmige Ränder oder Lappen (Flanches) und iſt oben bey a d ein wenig erweitert, damit der Kolben deſto leichter von dieſer Seite hinein geſtoſſen werden könne.

Da das Kolbenrohr das vorzüglichſte Stück bey einer jeden Pumpe iſt, ſo wird auf die genaue Anfertigung deſſelben die möglichſte Sorgfalt verwendet, und man hat, um ſolche nach dem Guß vollkommen zylindriſch auszubohren, eigene ſehr ſinnreiche Bohrmaſchinen, deren Einrichtung von den Stückbohrmaſchinen ganz verſchieden iſt, und die ich bey einer andern Gelegenheit bekannt machen werde.

§. 135.

Gerade über das Kolbenrohr kömmt ein anderer kurzer Zylinder (the Bucket door piece) kedl, welcher dem untern Zylinder behc vollkommen ähnlich, aber im Durchmeſſer einige Zolle weiter als das Kolbenrohr iſt, und durch deſſen Thüre der Kolben ſehr bequem heraus geholt werden kann, ſobald die Platte weggenommen iſt, wie die dritte Figur von vorne darſtellt. Dieſer Zylinder macht nun wieder das Mittelſtück zwiſchen dem Stiefel und den Aufſatzröhren iklm (the pumptrees) welches gerade übereinander mit Lappen und Schrauben befeſtigte 9 bis 12 Fuß lange, durchaus um einen oder ein paar Zoll im Durchmeſſer weiter als der Stiefel gegoſſene Röhren ſind, welche zuſammen eine Säule von 60 bis 120 Fuß Höhe bilden, und in denen die hölzernen Kolbenſtangen frey ſpielen.

§. 136.

Aus dieſer kurzen, doch vollſtändigen Beſchreibung erhellet: 1°, daß die ganze ſaigere Höhe, zu welcher die Waſſer durch einen Satz (at one lift) in England gehoben werden, 84 bis 150 Fuß beträgt; 2°, daß der Kolben in ſeinem höchſten Stande nie mehr als 21 bis 24 Fuß über dem untern Waſſerſpiegel erhöht iſt, und daß alſo die Maſchine in einem weit gröſſern Maaße Hebewerk als Saugwerk iſt. Nun iſt es zwar, in Rückſicht auf den hydroſtatiſchen Widerſtand, und den Druck, welchen der Kolben zu leiden hat, vollkommen gleichgiltig, in welcher Höhe derſelbe ſpielt, da dieſer Druck immer der Summe aus den beyden Waſſerſäulen über und unter dem Kolben entſpricht. Allein für den Gang der Maſchine

bringt

bringt dieſe engliſche Einrichtung zwey weſentliche Vortheile. Fürs Erſte ſteigt das Waſſer, beym jedesmaligen Anlaß, ſchneller in dem Saugrohr, und die Pumpe kömmt nach wenigern Kolbenzügen zum Ausgieſſen; auch iſt, in dieſer Hinſicht, der unvermeidliche Raum bey einem kurzen Saugrohr minder ſchädlich, als bey einem längern. Zweytens kann das Waſſer den ſteigenden Kolben, bey einem ſo niedrigen Stande, ſelbſt bey der ſchnellſten Bewegung, nicht nur einholen, ſondern es wirkt noch mit einem beträchtlichen Drucke gegen ſeine untere Fläche aufwärts, indem die Geſchwindigkeit, welche der Druck der Atmosphäre der ſteigenden Waſſerſäule in dieſer Höhe zu geben vermag, noch immer einen beträchtlichen Ueberſchuß über jene des Kolbens behält, wie ſolches der Forderung §. 68. gemäß iſt.

§. 137.

Die Verbindung des Kolbens mit der Kolbenſtange, ſo wie die ganze Zuſammenſetzung deſſelben, iſt nach einem gröſſern Maaßſtabe, Fig. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 und 12 dargeſtellt. Der Körper des Kolben ſelbſt, der Kolbenſtock, iſt ein von Eiſen gegoſſener abgeſtumpfter hohler Kegel uwwu (Fig. 6. im lothrechten Durchſchnitt, und Fig. 10. im Grundriß) deſſen unterer Rand ww ganz ſcharf, der obere hingegen uu 1½ bis 2 Zoll breit iſt. Durch die Mitte des zylindriſch ausgehöhlten Kolbens geht der ſchmale Steg nn, welcher in der Mitte eine die ganze Höhe durchſetzende länglichte Oefnung hat, worein das Ende der Kolbenſtange b, Fig. 4, 5, geſteckt wird. Der obere (gröſſere) Durchmeſſer des Kolbenſtockes muß um einen Zoll kleiner als der innere Durchmeſſer der Kolbenröhre ſeyn. Wenn dieſer Kolbenſtock fertig, und ſein oberer Rand ww ſo glatt als möglich gemacht worden iſt, ſo wird eine Scheibe ff Fig. 12, von ſtarkem Pfundleder (welches vorher in einer heißen Miſchung von Talg, Oehl und Theer getränkt worden) ſo geſchnitten, daß ihr Durchmeſſer ½ bis ¾ Zoll kleiner als der Durchmeſſer des Kolbens uu iſt, und in die Mitte derſelben eine länglichte Oefnung von gleicher Gröſſe mit der im Stege befindlichen Oefnung ausgeſchnitten. Nun werden von dem ſtärkſten Eiſenblech zwey Segmente pp (Fig. 12.) einer Scheibe von gleich groſſem oder nur wenig kleinerm Durchmeſſer als das Leder, und eben ſo viele von einem Durchmeſſer, welcher um einen Zoll kleiner als die innere zylindriſche Weite des Kolbenſtocks iſt, verfertigt, und von beyden Seiten gegen einander an die lederne Scheibe mittelſt kurzer Schraubenbolzen dergeſtalt befeſtigt, daß,

wenn

wenn die ſo armirte Scheibe auf den Kolbenſtock gelegt wird, die obern Bleche rings herum am Rande aufliegen, die untern hingegen nirgends anſtoſſen, wie die 7te und 11te Figur anzeigt.

§. 138.

Die Kolbenſtange iſt Fig. 5. nach der breiten, Fig. 4. nach der ſchmalen Seite gezeichnet, und hat die Geſtalt eines Kreutzes a m m b. Das unterſte flache Stück b wird durch die Oefnung in der ledernen Scheibe und dem Stege des Kolbens n n Fig. 6. (worein es genau paſſet) geſteckt, und das Ende mit einem eiſernen Keile k ſo feſt als möglich angetrieben, wodurch die lederne Scheibe über dem Steg mittelſt des Querſtücks m m befeſtigt, und in zween abgeſonderte bewegliche Klappenflügel *v v* Fig. 7 — 8, getheilt wird.

§. 139.

Die Liederung beſteht in einer kegelförmig zuſammengelegten Kappe l g g l Fig. 9. von ſtarkem Rindleder (welches vorher in einer heiſſen Miſchung von Talg, Oehl und Fiſchſchmalz recht voll getränkt worden), welche von unten über den Kolbenſtock geſchoben, und mittelſt eines darüber getriebenen eiſernen oder kupfernen Reifens r r Fig. 8. befeſtigt wird. Dieſer Reifen, welcher Fig. 15. beſonders gezeichnet iſt, wird an ſeiner obern Kante beynahe ſcharf, an ſeiner untern hingegen $\frac{1}{4}$ Zoll ſtark gemacht, damit man mit dem Hammer darauf arbeiten kann. Die 7te Figur zeigt dieſe Geſtalt des Reifens im vertikalen Durchſchnitt.

§. 140.

Das Leder, welches um den Kolben herum gelegt wird, braucht eben nicht zuſammen genäht zu werden; es iſt vielmehr beſſer, die Enden blos dichte zuſammen zu legen, und ſo den Ring darüber zu treiben. Am beſten verfährt man, wenn man die beyden Ränder ohngefähr einen Zoll breit übereinander legt, ſolche aber mit einem ſcharfen Meſſer der ganzen Länge nach keilförmig ſo zuſchneidet, daß die übereinander gelegten, genau aufeinander paſſenden, Stücke keinen Wulſt bilden, ſondern durchaus einerley Dicke mit dem übrigen Leder behalten. Auf dieſe Art ſchließt ſich der obere von der Waſſerſäule auseinander gedrückte Theil der ledernen Kappe von ſelbſt in jeder Lage allenthalben genau an die Stiefelwand an, und der Kolben geht ohne Zwang in dem Stiefel auf und nieder, wenn auch dieſer an der einen oder

24 andern

andern Stelle ungleich und nicht vollkommen zylindriſch ausgebohrt ſeyn ſollte. Uebrigens iſt es gar nicht nothwendig, daß dieſe lederne Kappe ſehr ſtreng in den Stiefel gehe, oder von dieſem ſtark zuſammengedrückt werde, da vielmehr hiedurch nur die Reibung und Abnützung unnöthiger Weiſe vergröſſert, und doch der eigentliche Endzweck, vollkommne Dichte, nicht erreicht wird. Je weniger geſpannt und ſteif die lederne Kappe iſt, deſto genauer legt ſie ſich allenthalben an die Stiefelwand an, deſto dichter arbeitet der Kolben, und umgekehrt. Für ſich würde ſchwaches Handſchuhleder zu dieſem Zwecke vollkommen hinreichend ſeyn, wenn der Kolben immer genau in der Mitte in der Richtung der Achſe des Stiefels bewegt würde. Da aber dieſes, auch bey der beſten Maſchine ſchwerlich zu erhalten iſt, ſo wäre zu befürchten, daß, ſobald der Kolben etwas gegen die eine Seite gedrückt würde, der lederne Sack an der entgegen geſezten Seite, wo er zu ſtark geſpannt wäre, von dem Drucke des Waſſers börſte. Man nimmt daher Rindleder, welches vorher, wie bereits erwähnt worden, in einer heiſſen Miſchung von Oel, Unſchlitt und Fiſchſchmalz voll getränkt wird. Die Reibung, welche ein auf dieſe Art gut und nicht zu ſcharf geliederter Kolben bey ſeiner Bewegung in einem genau ausgebohrten Zylinder verurſacht, kann auch bey einer ſehr hohen Waſſerſäule in der That ſo beträchtlich nicht ſeyn, als man ſich gemeiniglich vorſtellt, indem ſolche eigentlich nur dem Uebergewichte des von innen auswärts gegen die Stiefelwand preſſenden Waſſerdruckes über denjenigen Druck entſpricht, womit das Waſſer zwiſchen dem Leder und dem Stiefel einzudringen ſtrebt; und aus dieſem Grunde erklärt ſichs auch, warum dieſe Reibung, bey gleichem Kolben-Durchmeſſer, in einem weit geringern Verhältniſſe zunimmt, als die drückenden Waſſerhöhen. (§. 90.)

§. 141.

Die kurze Kolbenſtange ab Figur 8. wird mit der Zugſtange dc Fig. 4 — 5. mittelſt einer genau eingreifenden doppelten Verkammung durch zwo eiſerne Schlieſſen ss ſo verbunden, daß die eine mit der andern eine unbeugſame feſte Stange bildet, und der Kolben beym Niedergehen ſich weder nach der einen noch nach der andern Seite umlegen kann. Die Art dieſer Verbindung wird durch die Anſicht der 4ten Figur, ohne weitere Beſchreibung, vollkommen deutlich. Soll nun der Kolben durch die Kolbenthüre herausgenommen werden, ſo wird derſelbe zuerſt an ſeine höchſte Stelle in den Obertheil des Stiefels gebracht, und die Kunſt in

in dieſer Stellung gehemmt. Hierauf werden die kleinen geſpaltenen Keile ss (Fig. 5.) mit einer Zange herausgeholt, die Schlieſſen ss (Fig. 4.) ausgezogen, und der nun ganz von der Zugſtange losgemachte Kolben mit ſeiner kurzen Stange ab ausgehoben. Durch dieſelbe Thüre wird dann ſogleich ein friſch geliederter Kolben von vollkommen gleicher Gröſſe (dergleichen bey einer ſolchen Waſſerkunſt beſtändig mehrere vorräthig zur Hand ſeyn müſſen) in den Stiefel gebracht, und mittelſt derſelben Schlieſſen und Keile an die Zugſtange befeſtigt, welche demnach beym Liedern immer in den Aufſatzröhren bleibt, und nur dann, wenn ſie ſelbſt einer Reparatur bedarf, oben herausgezogen wird.

§. 142.

Das Ventil zwiſchen dem Kolbenrohr und der Saugröhre unterſcheidet ſich von dem Kolben nur dadurch, daß es eine kürzere oben mit einem Hacken oder Griffe verſehene Stange emmf (Fig. 14.) hat, und an ſeiner äuſſern Fläche koniſch abgedreht iſt. Fig. 13. ſtellt den Ventilſtock mit den beyden Flügelklappen vv, der Stange ef, und dem Schlußkeile k im vertikalen Durchſchnitte vor.

§. 143.

Bey einigen Waſſerkünſten, welche durch Dampfmaſchinen bewegt werden, bedient man ſich in England auch zylindriſcher von Metall gegoſſener Kolben ohne Leder, welche an ihrer äuſſern Fläche ſo abgedreht werden, daß ſie genau und ohne Zwang in den Stiefel gehen und allenthalben gut anpaſſen. Wenn ein ſolcher Kolben mit einer Geſchwindigkeit von 2 bis 3 Fuß in der Sekunde aufgezogen wird (welches bey vielen Dampfmaſchinen der gewöhnliche Gang iſt), ſo kann die Waſſermenge, welche während der kurzen Zeit des Hubes zwiſchen demſelben und der Stiefelwand verloren geht, nur einen ſehr unbedeutenden Theil des ganzen Hubwaſſers ausmachen, beſonders, wenn der Kolben einen groſſen Durchmeſſer hat, und die Höhe des Satzes nicht ſehr beträchtlich iſt.*) Auch die Klappen

*) Bey den gewöhnlichen Pumpbrunnen, wo der Stiefel unter Waſſer ſteht, und der Kolben von unten aufwärts drückt, wie Fig. 31. Tab. II, werden hier in München und in Augsburg ſeit langer Zeit zylindriſche metallne in den Stiefel eingeriebene Kolben ohne Leder mit dem beſten Erfolge gebraucht.

pen werden bey dieſen Pumpen ſowohl auf den Kolben als auf den Ventilſtöcken, von Metall mit ordentlichen Scharnieren gemacht, und mit den aufliegenden Stellen eingeſchmiergelt oder eingerieben. Dieſe Art Kolben und Ventile ohne Leder ſind, beſonders bey freſſenden Waſſern, (wo die Liederung ſehr oft erneuert werden muß, und daher beträchtliche Koſten und Zeitverluſt verurſacht) ſehr vortheilhaft, weil ſie Jahre lang ohne alle Reparatur ihren Dienſt leiſten. Dafür fordern ſie aber auch groſſen Fleiß und Genauigkeit, vorzüglich ein ſehr genau ausgebohrtes Kolbenrohr, und reines Waſſer: denn der geringſte Unrath, Sand oder Schlamm, der ſich an die Klappen oder zwiſchen den Kolben und Stiefel ſezt, macht ſolche unbrauchbar.

§. 144.

Wo das Waſſer nicht höher als 40 bis 60 Fuß zu heben iſt, bedient man ſich in England, beſonders über Tage, der auf der fünften Tafel Fig. I. im vertikalen Durchſchnitte dargeſtellten Saug- und Hebepumpe, bey welcher das Saugrohr unmittelbar mit dem Stiefel, und dieſer unmittelbar mit den Aufſatzröhren, ohne dazwiſchen geſezte Ventil- oder Kolbenthürſtücke, in Verbindung ſteht. Der Kolben k wird bey dieſer Pumpe ſamt der Kolbenſtange durch die Aufſatzröhren (welche etwas weiter als der Stiefel ſind) oben heraus gezogen, und eben ſo wieder hineingebracht. Das koniſch abgedrehte Ventil v ſizt in dem obern erweiterten eben ſo kegelförmig ausgebohrten Theile no der Saugröhre luft- und waſſerdicht, und kann, wenn der Kolben heraus iſt, mittelſt einer langen, unten mit einem Hacken verſehenen Stange herausgeholt, und auf gleiche Weiſe wieder hineingebracht werden.

§. 145.

Bey Pumpen von ſehr beträchtlicher Weite, z. B. 20, 30, 36 Zoll im Durchmeſſer*) giebt man den Kolben und Ventilſtöcken die Fig. 2. im vertikalen Durchſchnitt, und Fig. 3. perſpektiviſch dargeſtellte Form, welche den beſondern Vortheil gewährt, daß die ihrer Stärke wegen nothwendigerweiſe ziemlich ſchweren Klappen von

*) Pumpen von dieſer Gröſſe ſind bey den engliſchen Dampfmaſchinen, beſonders bey ſolchen, welche die Aufſchlagwaſſer auf Kunſträder für mehrere Gefälle zurückheben, gar nichts Seltenes.

von dem eindringenden Waſſer leichter aufgeſtoſſen werden, und, indem ſie ſich beynahe lothrecht aufrichten, daſſelbe in gerader Richtung und mit weniger Widerſtand durchſtrömen laſſen, als bey der auf der vierten Tafel vorgeſtellten gewöhnlichen Einrichtung. Auch bleibt bey dieſen ſchiefen Klappen an den Rändern, wo ſie aufliegen, nicht ſo leicht, wie bey den horizontalen, Sand oder anderer mit dem Waſſer eingezogener Unrath liegen, wodurch das Zufallen dieſer leztern manchmal plötzlich gehindert, und die Wirkung der ganzen Maſchine unterbrechen wird. Weil aber dieſe Klappen, nachdem ſie ſich ganz lothrecht aufgerichtet haben, vermög ihres eigenen Gewichtes nicht ſchnell genug zurück fallen, und daher bey jedesmaligem Wechſel des Kolbenſpiels zu viel Waſſer aus dem Stiefel in das Saugrohr zurück ſinken laſſen, ſo thut man ſehr wohl, wenn man entweder auf den Klappen ſelbſt, oder am Stege zu beyden Seiten eiſerne oder meſſingene Federn anbringt, welche den Hub derſelben begränzen, und zugleich ihr Zurückfallen beſchleunigen.

§. 146.

Statt der oben beſchriebenen, auf der vierten Tafel abgebildeten eiſernen Ventil- oder Kolbenthüren kann man dieſe Oefnungen auch mit einem hölzernen Klotze verſchlieſſen. Das Ventil- oder Kolbenthürſtück (welches auf der fünften Tafel Fig. 5. im Profil, Fig. 6. nach der Anſicht von vorne, Fig. 7. von oben, und Fig. 8. perſpektiviſch nach einem gröſſern Maaßſtabe gezeichnet iſt) bekömmt zu dieſem Ende einen Schlund, welcher die Geſtalt einer abgeſtumpften viereckten Pyramide hat, und ſo weit iſt, daß das Ventil oder der Kolben durch ſeinen kleinſten innern Querſchnitt bequem paſſiren kann. In dieſen Schlund wird ein hölzerner genau paſſender Kloz a b c d Fig. 5, 6, welcher mit Stopptuch überzogen iſt, eingeſchoben, und mittelſt vier ſtarker Schrauben s s ſo feſt eingedrückt, daß die in der Pumpe enthaltene Waſſerſäule keinen Tropfen zwiſchen ſeinen Fugen auspreſſen, noch den Kloz ſelbſt heraus treiben kann. Zu dieſem Zwecke ſind an deſſen äuſſern Fläche zwey ſtarke eiſerne Schienen m m, n n befeſtigt, welche an ihren zu beyden Seiten vorſtehenden Enden Löcher haben; durch dieſe Löcher werden die Schraubenbolzen s s geſteckt, welche eigentlich nur die abgerundeten Ende der eiſernen von auſſen um den Zylinder gelegten Bänder oder Reifen r r ſind, und mittelſt der Schraubenmuttern feſt angezogen werden. Damit dieſe Bänder vermög ihrer Schwere an der äuſſern Fläche des Zylinders nicht herunter gleiten, ſondern

in

in ihrer Richtung unverändert bleiben mögen, ſind rings an demſelben und den Seiten des Schlundes kleine Zäpfgen angegoſſen, welche dieſen Bändern zur Unterlage dienen.

Wenn die Lappen oder Muttern von den vier Schrauben s s los gemacht ſind, ſo geht der Klotz durch den Druck der innern Waſſerſäule leicht von ſelbſt heraus.

Man kann dieſen Klotz von Büchen- oder Eichenholz aus einem oder mehreren Stücken verfertigen, doch hat man die Vorſicht zu beobachten, daß man denſelben erſt einige Wochen in Waſſer verquellen laſſe, und dann noch einmal nach der Weite des Schlundes zurichte, indem ſonſt, wenn das Holz ganz trocken hineingetrieben würde, daſſelbe von dem aus der Pumpe eindringenden Waſſer zu ſtark anſchwellen, und entweder den eiſernen Schlund zerberſten, oder doch wenigſtens verurſachen könnte, daß der Klotz gar nicht wieder heraus zu bringen wäre.*)

§. 147.

Bey den gewöhnlichen Saug- und Hebpumpen ragt die Kolben- oder Zugſtange über der Ausgußſtelle hervor, und die bewegende Kraft muß an dem oberſten Ende dieſer Stange, folglich allemal höher als der Ausguß, angebracht werden. Man hat aber auch eine Art von Saug- und Hebpumpen mit ganz kurzen Kolbenſtangen, welche nicht durch die Aufſatzröhren gehen, und wo die Kraft, wie bey Druckwerken zunächſt am Stiefel, folglich weit niedriger als die Stelle des Ausguſſes, angebracht werden kann, indem die Aufſatzröhren nicht eine ununterbrochene Röhrenſtrecke mit dem Stiefel bilden, ſondern von dieſem abgeſondert ſeitwärts, wie bey einem Druckwerk, ſich befinden. Eine Pumpe von dieſer Art, welche man in England Liftingpump oder Iackpump zu nennen pflegt, iſt auf der fünften Tafel Fig. 9. abgebildet. Das Saugrohr u f g u, das Ventil, welches bey u u ſizt, und der Kolben ſelbſt hat vollkommen dieſelbe Einrichtung, wie bey einer gewöhnlichen engliſchen Saug- und Hebpumpe. Der Stiefel a b c d hingegen iſt oben mit einem vorſtehenden Rande (Flanch) verſehen, und mit einer auf dieſen

*) Herr Oberbergrath Bückling bedient ſich dieſer Klotze ſtatt der eiſernen Thüren mit vielem Vortheil bey den von ihm zu Burgörner auf der preußiſchen Hoheit, und auf der Saline zu Schönebeck erbauten Feuermaſchinen.

ſen Rand genau paſſenden eiſernen Scheibe oder Platte a d verſchloſſen, durch deren Mitte die eiſerne genau abgedrehte*) Kolbenſtange kk vollkommen luft- und waſſerdicht auf und nieder bewegt wird. Dicht unter dem obern Rande a d iſt an dem Stiefel ein horizontales Rohr r angegoſſen, welches durch das gebogene Knieſtück nmmn mit den Aufſatz- oder Steigröhren hh in Verbindung ſteht. Wenn nun der Kolben in dieſer Pumpe aufwärts gezogen wird, ſo zieht er das Waſſer unter ſich durch die Saugröhre ein, und drückt zugleich das (nach einigen wiederholten Zügen) über ihm befindliche Waſſer durch das Seitenrohr r in die Steigröhren h h, welche, nach Erforderniß der Umſtände, eine ſaigere Höhe von 100 Fuß und darüber haben können.

§. 148.

Die Hauptſache, worauf es bey einer ſolchen Pumpe ankömmt, iſt die Liederung der Kolbenſtange, da wo ſie durch den Deckel geht, oder eine zweckmäſſige Vorrichtung, wodurch die Beweglichkeit dieſer Stange mit einer ſo vollkommnen Dichte verbunden wird, daß der beträchtliche Druck der im Steigrohr enthaltenen Waſſerſäule keinen Tropfen neben oder zwiſchen derſelben auspreſſen kann. Zu dieſem Ende iſt auf der Mitte des Deckels mn (Fig. 2, Tab. VI.) eine Büchſe abcd angegoſſen, welche von oben zylindriſch, gegen unten zu aber koniſch ausgebohrt wird, und auſſen mit zween kurzen Zapfen g, g verſehen iſt, wie die Zeichnung im lothrechten Durchſchnitte darſtellt. Dieſe Büchſe wird, wenn der Kolben ſchon im Stiefel ſteht, ſammt der Platte mm von oben über die Kolbenſtange kk geſteckt, und nun zuerſt die Platte oder der Deckel (mit darzwiſchen gelegtem Flanell und Kütte) auf den Obertheil des Stiefels mittelſt mehrerer Schraubenbolzen auf die gewöhnliche Art befeſtigt. Hierauf werden von altem gezupften Tau oder Schiefſeil (welches die Engländer Oakum nennen) Fäden, wie die Dochte einer Kerze gedreht, und, nachdem ſolche in Oel wohl getränkt worden, in die Höhlung der Büchſe ſpiralförmig um die Kolbenſtange gewunden und dicht auf einander gedrückt, bis die Büchſe beynahe ganz voll iſt. Nunmehr wird ein andrer von

---

*) Man hat in England eigene Maſchinen, durch welche dergleichen Stangen von jeder Dicke genau zylindriſch abgezogen oder geſtreckt werden.

von Eiſen gegoſſener, maſſiver, durch ſeine Achſe nach der Weite der Kolbenſtange ausgebohrter, von auſſen nach der Weite der Büchſe a d abgedrehter, Zylinder über die Stange k k geſchoben, in die Büchſe a b c d geſteckt, und mittelſt zweyer Schraubenbolzen v y (welche mit ihrem untern ringförmigen Ende an die Zapfen g g, oben aber durch die beyden Flügellappen e e geſteckt werden) wie die Zeichnung weiſet, allmählig eingedrückt. Auf dieſe Art wird das gezupfte Tau nicht nur ſo feſt, als man will, zuſammen, ſondern auch von allen Seiten ſo dichte an die Kolbenſtange angepreßt, daß auch bey dem ſtärkſten Drucke, währendem Spiele der Pumpe ſowohl als im Stande der Ruhe, kein Tropfen Waſſer zwiſchen dieſer Liederung und der Stange entwiſchen kann, wozu die gegen unten bis an den ſcharfen Rand trichterförmig erweiterte Höhlung deſſelben Zylinders ſehr viel beyträgt. Dieſe ganze Vorrichtung heißt die Stopfbüchſe (the Stuffingbox,) und entſpricht ihrer Beſtimmung weit vollkommener als die von Belidor für ähnliche Pumpen beſchriebene Liederung mit ledernen ringförmigen Scheiben, vor welcher ſie noch den beſondern wichtigen Vorzug hat, daß durch allmähliges Nachdrücken des Stöpſers oder Zylinders e e die Liederung in dem Verhältniſſe wieder dichter gemacht werden kann, als ſolche durch den Gebrauch abgenüzt und vermindert wird.

§. 149.

Da die Kolbenſtange ihrer ganzen Länge nach durch die im Deckel m m, und im Stöpſer e e befindlichen genau paſſenden Oefnungen, ſo oft man will, frey ein- und ausgeſchoben werden muß, ſo kann an ihrem obern Ende natürlicherweiſe kein Ring, Hacken oder irgend ein Vorſprung angebracht werden; und man hat daher, um ſolche, nachdem der Kolben in dem Stiefel, und der Deckel auf den Rand deſſelben befeſtigt iſt, mit den Zugſtangen, Ketten oder übrigen gangbaren Zeuge auf eine feſte und ſichere Art in Verbindung zu ſetzen, folgende ſehr einfache und bequeme Vorrichtung erdacht.

Die Stange bekömmt an ihrem Obertheile ein 4 bis 5 Zoll langes Oehr f f, Fig. 2, in welches die eiſerne Platte s s genau paſſet. Nun wird ein geſpaltenes Stück Eiſen oder Kloben a b c, Fig. I, ſo bearbeitet, daß deſſen beyde inwendig ausgehöhlte Schenkel b, c den Obertheil der Stange k genau umfaſſen, wie Fig. 9. auf der fünften Tafel anzeigt. Durch beyde Schenkel dieſes Kloben wird dann

ein

ein länglichter Ausſchnitt oder Oehr von gleicher Gröſſe mit jenem in der Stange ff gemacht, die Platte ss ſo durchgeſteckt, daß die Stange in der Mitte feſt gehalten wird, und hierauf die beyden Schenkel durch zwey kleine geſpaltene Keile x, x, welche durch zwey in dem vorragenden Theile der Platte s befindliche Ausſchnitte geſchlagen werden, feſte zuſammen getrieben. Nunmehr bildet dieſer Kloben mit der Kolbenſtange ein zuſammenhangendes Stück, und kann mittelſt eines durch ſeinen Ring a geſteckten Bolzen rr an die Zugſtangen, Stangenhacken oder Ketten gehängt werden.

§. 150.

Da die leztbeſchriebene Pumpe mit den Vorzügen der gewöhnlichen Saug- und Hebwerke, die Bequemlichkeit der Druckwerke vereinigt, indem die bewegende Kraft gleich über dem Stiefel, wie bey dieſen, angebracht werden kann, ſo iſt ihre Anwendung in allen Fällen an die Stelle der leztern zu empfehlen, vor welchen ſie noch übrigens folgende weſentliche Vortheile gewährt. 1) Wirkt die bewegende Kraft hiebey durch Ziehen, welches immer beſſer iſt, und die Maſchinentheile weniger angreift als drücken oder ſchieben. 2) Iſt die Liederung, welche vollkommen, ſo wie bey den gewöhnlichen Saugpumpen über den Sturz eingerichtet iſt, leichter, wohlfeiler und dauerhafter, als die Liederung der gewöhnlichen Druckkolben; auch iſt die Bewegung der Kolben immer genau in der Richtung der Achſe des Stiefels. 3) Macht die Auswechſelung oder Ausbeſſerung der Ventile weniger Schwierigkeiten, da hier im Steigrohr keines befindlich iſt.

Vor den gewöhnlichen hohen Sätzen hat dieſe Art von Pumpen auch zwey ſehr wichtige Vorzüge; erſtens arbeiten hier die Zugſtangen auſſer den Aufſatzröhren im Trocknen, dauern daher länger, und können, wenn ſie ſchadhaft geworden, leichter und bequemer reparirt oder ausgewechſelt werden. Zweytens können hiebey engere Aufſatzröhren gebraucht werden, welches bey weiten Sätzen, und wo man keine andern als hölzerne Röhren haben kann, ein wichtiger Vortheil iſt. Beſonders aber würden dieſe Pumpen, meiner Meinung nach, in flachen Kunſtſchächten (wo die gewöhnlichen hohen Sätze wegen des Aufliegens und Reibens der Zugſtangen in den Aufſatzröhren gar nicht anwendbar ſind) die beſten Dienſte thun,

weil hier das Geſtänge nicht in, ſondern neben den Aufſatzröhren, auf untergelegten beweglichen Rollen, mit ſehr wenig Reibung ſpielen kann.

Durch die ſcheinbaren Schwierigkeiten der Stopfbüchſe (Stuffingbox) darf man ſich übrigens von dem Gebrauch dieſer Pumpe keinesweges abſchrecken laſſen, da die Erfahrung beweiſet, daß die Reibung der in derſelben ſpielenden Kolbenſtange, wenn dieſe recht rund, und an allen Stellen gleich abgedreht iſt, ſehr unbeträchtlich, und auch die Liederung vollkommen dichte erhalten wird, wenn man nur den Stöpſer von Zeit zu Zeit etwas nachſchraubet, und öfters ein wenig Oel durch ſeine obere Oefnung neben der Stange eingießt.

Vier-

Vierzehntes Kapitel.

Beſchreibung einer an die Stelle eines hohen Kunſtſatzes mit Vortheil anwendbaren Saug- und Druckpumpe.

§. 151.

Dieſe Pumpe iſt auf der ſechſten Tafel Fig. 3. im lothrechten Durchſchnitte, Fig. 4. von oben im horizontalen Durchſchnitte nach der Linie zz, und Fig. 5. von der Seite des Saugrohrs (welches hier weggenommen iſt) im Aufriſſe dargeſtellt.

Der Stiefel oder das Kolbenrohr abcd iſt unten offen, und hat oben bey ad eine koniſch ausgebohrte Erweiterung, in welche ein von auſſen abgedrehter zweyklappigter Ventilſtock v von der im vorigen Kapitel beſchriebenen Einrichtung geſezt wird. Dicht unter dem Sitze dieſes Ventiles iſt an dem Stiefel ſeitwärts ein kurzes länglich vierecktes mit einem vorſtehenden Rande opop verſehenes Rohr angegoſſen, an welchen Rand der gleich groſſe Rand des gebogenen Saugrohrs wwxx mit Schraubenbolzen ſo befeſtigt wird, wie der Durchſchnitt Fig. 3. anzeigt. In dem obern erweiterten Theile dieſes Saugrohrs ſteckt bey ww in einem koniſchen Sitze ein anders gleich groſſes Ventil, welches von oben herausgehoben werden kann, wenn man die runde Platte oder Scheibe ii, welche die obere Mündung des Saugrohrs verſchließt, weggenommen hat. Dieſe Scheibe paßt auf einen vorſtehenden Rand, welcher Fig. 4. mit einer punktirten Linie angezeigt iſt, und wird auf denſelben mit einem darzwiſchen gelegten Ringe von Filz oder Flanell und Kütte feſtgeſchraubt.*)

§. 152.

*) Der obere erweiterte Theil der Saugröhre iwwi iſt hier Fig. 3. aus Verſehen etwas zu hoch gezeichnet worden. Der Rand, auf welchem die Platte ii liegt, ſollte nämlich mit der obern Wand des Seitenrohres wo in derſelben Höhe gleich fortlaufen, weil ſich ſonſt in dem obern Raume unter der Platte etwas Luft ſperren würde, welche der Wirkung der Pumpe nachtheilig wäre.

§. 152.

Unmittelbar auf das Kolbenrohr kömmt der kurze etwas weitere Zylinder efgg, und auf dieſen die Steig- oder Aufſatzröhren hh zu ſtehen, welche an einem Satze 50 bis 100 Fuß hoch aus einzelnen 6 bis 9 Fuß langen Stücken mit Lappen auf die gewöhnliche Art zuſammengeſchraubt werden können. Der Zylinder efgg hat, wie das oben §. 135. beſchriebene Bucketdoor-piece der gewöhnlichen engliſchen Saugpumpe, eine Thüre gd, durch welche das Ventil v heraus und hinein gebracht werden kann, und welche mit einer eiſernen Platte, oder, nach §. 146, mit einem hölzernen Klotze qq verſchloſſen wird. Dieſer Klotz wird, ſo wie dort, mittelſt zweyer eiſernen Schienen mm, nn durch von auſſen um den Zylinder gelegte Reife rr und Schrauben ss in den Schlund gg mit untergelegtem Stopptuch ſo feſt hinein gedrückt, daß kein Tropfen Waſſer neben demſelben entwiſchen kann.

§. 153.

Der Kolben kk iſt, wie bey den gewöhnlichen Druckwerken, ſolide, mit auf einander geſchraubten ledernen Scheiben, beſſer mit einer doppelten Kappe oder Sturz, geliedert, und an einer kurzen eiſernen Stange δδ befeſtigt, welche durch einen Stangenhacken rr mit dem Schachtgeſtänge γγ Fig. 5. auf die gewöhnliche Art in Verbindung geſezt wird.

Wenn nun das Geſtänge durch ſeine eigene Schwere niedergeht, ſo zieht ſolches den Kolben, von ſeiner höchſten Stelle an der Seitenöfnung oo, in dem Stiefel abwärts; das Waſſer folgt ihm (nach einigen wiederholten Zügen) aus dem Saugrohr durch das Ventil ww nach, und füllt den ganzen Stiefel zwiſchen dem Kolben und Ventile v aus. Wird das Geſtänge dann durch die bewegende Kraft wieder in die Höhe gezogen, ſo ſchiebt es den Kolben von unten wieder aufwärts, das Ventil ww ſchließt ſich, und das im Stiefel enthaltene Waſſer wird durch die Klappen v und den Zylinder efgg gerade in die Steigröhren hh gedrückt.

§. 154.

Man ſieht, daß die Wirkungsart dieſer Pumpe ſich von jener der gewöhnlichen Saug- und Hebepumpen weſentlich unterſcheidet: denn bey dieſen äuſſert der Kolben ſeine ganze Wirkung im Hube, wenn er von der bewegenden Kraft aufwärts

gezogen wird, durch Anſaugen der unter ihm, und Heben der über ihm befindlichen Waſſerſäule; und die hydroſtatiſche Laſt iſt hierbey der Summe von beyden, nämlich dem Gewichte einer Waſſerſäule von der ganzen ſaigern Höhe des Satzes vom Sumpfe bis zum Ausguß gleich. Bey der ſo eben beſchriebenen Pumpe hingegen wird dieſe Laſt zwiſchen Hub und Rückzug des Kolbens ſo getheilt, daß beym Steigen deſſelben nur die über ihm befindliche Waſſerſäule, von der mittlern Kolbenhöhe bis zum Ausguß, beym Rückzuge aber nur die Höhe vom mittlern Kolbenſtand bis zum Waſſerſpiegel im Sumpfe in Anſchlag kömmt.

Da indeſſen das Schachtgeſtänge, ſeiner beträchtlichen Länge wegen, nicht niederwärts gedrückt, ſondern nur aufwärts gezogen werden kann, ſo muß der Rückzug des Kolbens oder das Anſaugen des Waſſers ganz allein von dem Gewichte der Schacht- und Kolbenſtangen bewirkt werden, welche demnach ſchwer genug ſeyn müſſen, den geſammten hiebey vorfallenden Widerſtand und Reibungen mit der gehörigen Geſchwindigkeit zu überwinden; und da der hiezu nöthige Theil des Gewichtes beym Steigen des Kolbens unbalanzirt wieder gehoben werden muß, ſo iſt die beym Hube erforderliche Kraft doch vollkommen dieſelbe, als ob beyde Waſſerſäulen zugleich, wie bey einer gewöhnlichen Saug- und Hebpumpe von gleicher ſaigerer Höhe, gehoben würden.

§. 155.

Man braucht aber zu dieſem Ende kein beſonders Gewicht an die Schachtſtangen zu hängen, da dieſe mit dem zugehörigen Beſchläge, Stangenhacken, Kolben und Kolbenſtangen ohnehin ſchwer genug ſind; und man thut daher am beſten, wenn man das ganze Gewicht derſelben nach der erforderlichen Stärke vorher beſtimmt, und hiernach erſt die Länge der Saugröhren berechnet.

Es ſey z. B. das ganze Gewicht eines ſogenannten Trumms mit allem Zubehör $= Q$ in Kubickfuſſen Waſſer ausgedrückt; die Anzahl der daran gehängten Sätze $= n$; die Kolbenfläche $= W$; die ſaigere (ganze) Länge eines jeden Saugrohrs $= l$; die Höhe einer Waſſerſäule, welche dem vereinten mechaniſchen und hydrauliſchen Widerſtande gleich iſt (§. 79.) $= z$, ſo muß

$$Q = W.n\,(l + z),$$

alſo
$$l = \frac{Q}{W.n} - z$$

ſeyn.

ſeyn. Es iſt aber ſicherer in der Ausübung l noch um 3 bis 4 Fuß kleiner zu nehmen, als dieſe Formel giebt (welche eigentlich nur den gröſtthunlichen Werth dieſer Gröſſe anzeigt), weil man mit auf die Reibung der Kolben, und den nicht genau zu berechnenden Widerſtand, welchen die doppelte Beugung des Saugrohrs dem eindringenden Waſſer entgegen ſezt, Rückſicht nehmen muß, auch überhaupt aus bereits angeführten Gründen kurze Saugröhren den längern vorzuziehen ſind.

§. 156.

Die Vorzüge der hier beſchriebenen Pumpe vor den gewöhnlichen hohen Kunſtſätzen ſind folgende:

1. Die Liederung der Kolben und Auswechſelung der Ventile kann hier, ſo leicht wie bey den gewöhnlichen niedern Sätzen, auf einer und derſelben Liederbühne vorgenommen werden.

2. Das Schachtgeſtänge geht, wie bey dieſen, auſſerhalb den Aufſatzröhren im Trocknen, und kann, in flachen Schächten, auf bewegliche Rollen gelegt werden.

3. Zu den Aufſätzen können engere Röhren, bey einer Höhe von 8 bis 10 Lachtern auch wohl hölzerne, gebraucht werden.

4. Da hier die ſämmtliche Waſſerlaſt mehrerer übereinander geſtellten Sätze zwiſchen den Hub und Schub der Kolben vertheilt wird, ſo leiden die Schachtſtangen keinen ſo gewaltigen Druck, wie bey den gewöhnlichen Kunſtſätzen, wo die Summe aller Waſſerſäulen zugleich auf einmal gehoben werden muß. Dieſe Stangen dürfen daher auch nicht ſo ſtark und ſchwer gemacht werden.

5. Wenn man das Steigrohr eben ſo hoch wie das Saugrohr macht, ſo daß der Stiefel in der Mitte zwiſchen beyden zu ſtehen kömmt, ſo hat die bewegende Kraft beym Hube und Rückzuge des Kolbens gleichen Widerſtand zu überwinden. Dieſe Einrichtung gewährt den Vortheil, daß die Laſt mit einer einzigen Pumpe von dieſer Art ſo gleichförmig wie mit zweyen gewöhnlichen, und mit zweyen ſo gleichförmig wie mit vier gewöhnlichen nebeneinander geſtellten Kunſtſätzen vertheilt, mithin die Gleichförmigkeit der Bewegung mit einer einfachern Struktur der Maſchine erhalten werden kann.

6. Bey

6. Bey einer ſchnellen Bewegung wird der Widerſtand des durch den Kolben einer gewöhnlichen Pumpe bey ſeinem Rückzuge gedrängten Waſſers immer ſehr beträchtlich, weil man die in demſelben befindliche Ventilöfnung, der erforderlichen Stärke wegen, nicht zu groß machen darf. Bey dieſer Pumpe hingegen fällt dieſer Widerſtand ganz weg, da der Kolben ſolide iſt, und beyde Ventile ſo weit, als man will, gemacht werden können.

Die hier beſchriebene Pumpe verbindet demnach die weſentlichſten Vortheile und praktiſchen Bequemlichkeiten der gewöhnlichen Saugpumpen mit jenen der hohen Sätze und der gewöhnlichen Druckwerke, und ihre Anwendung iſt daher allgemein ſowohl in Gruben als über Tage zu empfehlen. — Ich habe einen ganz eiſernen Kunſtſatz von dieſer Art vor mehreren Jahren auf einem Salzwerke zu Preſtonpans in Schottland an einer Windkunſt mit ſehr gutem Erfolge vorgerichtet.

Funf.

Funfzehntes Kapitel.

Vorſchlag zur Verbeſſerung der gewöhnlichen hohen Kunſtſätze. — Koſtenberechnung der zu einer Pumpe erforderlichen Gußwaare.

§. 157.

Die größte Unbequemlichkeit der gewöhnlichen hohen Kunſtſätze beſteht bekanntlich darinn, daß bey jedesmaligem Liedern das Saugrohr unten herausgenommen werden muß, weil man den Kolben nur durch die untere Mündung des Stiefels heraus und hinein bringen, und auch zum Thürel nicht anders gelangen kann, da ſich, wegen des ſtarken Druckes, der Pflock im Unterſtöckel nicht wie bey einem Saugwerke anbringen läßt. Dieſer Umſtand iſt auch wohl hauptſächlich daran Schuld, daß die hohen Sätze, ihrer ſonſtigen auffallenden Vorzüge ungeachtet, ſeit einiger Zeit in Deutſchland beynahe allgemein abgeſchaft, und allenthalben lauter niedere Sätze eingeführt worden ſind, bey welchen das Liedern mit weniger Zeitverluſt und Beſchwerlichkeit verbunden iſt.

Man könnte aber auch ſehr wohl einem gewöhnlichen hohen Kunſtſatze mit hölzernen Saug- und Aufſatzröhren eine ſolche Einrichtung geben, daß dieſes Geſchäft eben ſo ſchnell und bequem wie bey den in Deutſchland üblichen niedern oder den oben beſchriebenen engliſchen hohen Kunſtſätzen verrichtet würde. Man laſſe zu dieſem Ende nur nach der 40ſten Fig. III. Tafel das Kolbenrohr ABCD unten mit einem vorſtehenden Rande BC verſehen, und ſetze daſſelbe auf ein beſonders von Eiſen gegoſſenes zylindriſches Stück BfgC, in deſſen unterm Theile fg ein nach engliſcher Art eingerichtetes Klappenventil, und an deſſen Seite eine mit einer eiſernen Platte oder einem hölzernen Pflock verſchloſſene Thüre E angebracht iſt. Oben iſt dieſes Stück mit einem vorſtehenden Rande (Flanch) verſehen, welcher genau an den Rand des Kolbenrohrs BC paſſet, und an dieſen auf die gewöhnliche Art feſtgeſchraubt wird, und unten endigt ſich daſſelbe in eine kurze Röhre, welche in das hölzerne Saugrohr ll eingeſtoſſen wird. Der obere Theil des Kolbenrohrs ſteckt auf die gewöhnliche

Art

Art in einem hölzernen Stöckel ADdc, auf welchem unmittelbar die hölzernen Aufſatzröhren bcde befeſtigt werden. Der Kolben kk Fig. 43, welcher ganz von Gußeiſen auch nach engliſcher Art eingerichtet iſt, wird mit der Kolbenſtange ss mittelſt eines ſtarken Bolzens oder einer Schlieſſe verbunden, und kann, ſo bald die Stange von oben etwas nieder gelaſſen, und dieſer Bolzen oder Schlieſſe heraus gezogen worden, durch die Thüre E (ſo wie gleichfalls das in fg ſitzende Ventil) heraus genommen und wieder hinein gehängt werden. Auf dieſe Art kömmt man durch dieſelbe Thüre ſehr leicht zum Kolben und zum Ventile, und braucht nur eine Liederbühne für den ganzen Satz.

§. 158.

Da bey einer ſolchen Pumpe alles, bis auf das Kolbenrohr und das Stück BfgEc, von Holz iſt, lezteres aber, ſo wie das Kolbenrohr ſelbſt, auf jeder Eiſenhütte, wo man Oefen und andre Lehmgußwaare verfertigt, gegoſſen werden kann, ſo mag die Anlage derſelben nicht viel höher als die eines gewöhnlichen hohen Satzes zu ſtehen kommen, vor welchem ſie aber die wichtigſten Vorzüge hat; ihre Anwendung iſt daher, wenigſtens in ſaigern Schächten und über Tage, in jeder Rückſicht zu empfehlen. Doch iſt hierbey zu bemerken, daß es, wegen des nicht füglich zu vermindernden unnützen Raumes zwiſchen dem niedrigſten Kolbenſtande und dem Ventile rathſam ſey, dem Saugrohr keine gröſſere Länge als 14 bis 16 Fuß zu geben, und dagegen lieber die Aufſatzröhren deſto höher zu machen.

Uebrigens iſt die ganze Höhe eines einzelnen Satzes von 8 bis 24 Lachter ſo ziemlich willkührlich, und keineswegs nothwendig, daß bey mehreren übereinander gehängten Sätzen jeder derſelben gleiche Höhe bekomme, wenn nur die Laſt an beyden Trümmern gleich vertheilt wird. Vielmehr hat man in Schächten, welche in verſchiedenen Teufen unter dem Stollen beträchtliche Zuflüſſe auf beſondern Strecken erhalten, vorzüglich darauf zu ſehen, daß die Kaſten oder Sümpfe, in welche ein Satz dem andern zuhebt, ſo vertheilt werden, daß jeder dieſer beſondern Zuflüſſe gleich in derſelben Höhe aufgefangen, und mit dem übrigen aus der Teufe gehobenen Grubenwaſſer von der nächſten (um ſo viel weitern) Pumpe weggeſchaft werde, damit dieſe Waſſer aus keiner gröſſern Teufe gehoben werden dürfen als ſie zuflieſſen, und die Laſt nicht unnütz vergröſſert werde.

§. 159.

Da es hier nicht meine Abſicht iſt, mehrere neue Erfindungen oder Vorſchläge zur Verbeſſerung der Waſſerkünſte anzuführen, weil ich eine ſehr reichhaltige Sammlung derſelben für ein anders, nächſtens zu erſcheinendes, durchaus praktiſches Werk beſtimmt habe, ſo begnüge ich mich gegenwärtig damit, das allgemeine Vorurtheil der deutſchen Kunſtmeiſter gegen die hohen Sätze widerlegt, und ihnen überhaupt gezeigt zu haben, daß alle bisher gegen ſolche vorgebrachten Einwürfe eigentlich nur ihre alte unvollkommene Einrichtung treffen, und daß, mit einer leicht anzubringenden Veränderung, jeder gewöhnliche hohe Kunſtſatz ſo verbeſſert werden könne, daß alle oben erwähnten Vortheile, welche dieſer Art von Pumpen eigen ſind, mit der Bequemlichkeit der niedern Sätze vereinigt werden.

Ich füge nun zum Beſchluße nur noch eine kurze Anleitung bey, wie bey der Anlage einer Waſſerkunſt das Gewicht, und ſohin der Werth, der nöthigen vorzüglichſten Gußwaaren zu berechnen iſt.

§. 160.

Jedes Kolben- Saug- oder Aufſatzrohr iſt ein hohler Zylinder, deſſen körperlicher Inhalt auf folgende Art beſtimmt wird.

Es ſey die innere Weite deſſelben . . . . . $= D$;

Die (allenthalben gleiche) Dicke der Wand . . . . $= a$;

Die Länge des Rohrs . . . . $= L$;

Die Breite der (zirkelrunden) Lappen (Flanches) . . . $= b$;

Die Dicke derſelben . . . . $= c$;

ſo iſt Erſtens der Flächeninhalt des Ringes, welchen ein auf die Achſe des Rohrs ſenkrechter Durchſchnitt bildet,

$$= 0{,}785\,(D + 2\,a)^2 - 0{,}785 \,.\, D^2$$
$$= 0{,}785\,(D^2 + 4\,a\,D + 4\,a^2) - 0{,}785 \,.\, D^2$$
$$= 0{,}785\,(4\,a\,D + 4\,a^2)$$
$$= 3{,}14 \,.\, a\,(D + a).$$

Dieſe

Dieſe Ringfläche mit der Länge L multiplizirt giebt nun den körperlichen Inhalt der ganzen Röhre, wenn dieſe keine Lappen hat,

$$M = 3{,}14 . a L (D + a).$$

Eben ſo iſt der Flächeninhalt einer jeden Lappe

$$= 3{,}14 . b (D + b),$$

mithin der körperliche Inhalt derſelben

$$= 3{,}14 . bc (D + b).$$

Der Kubickinhalt eines mit zweyen Lappen von gleicher Breite und Stärke verſehenen Rohrſtückes iſt demnach

$$M = 3{,}14 [a L (D + a) + 2 bc (D + b)]$$

in Kubickzollen, wenn alle Gröſſen in Zollen gegeben ſind. — Wiegt demnach ein Kubickfuß des Metalls, von welchem das Stück gegoſſen werden ſoll, β Pfunde, ſo iſt das ganze Gewicht deſſelben, in Pfunden,

$$P = 3{,}14 . \frac{\beta}{1728} \left[a L (D + a) + 2 bc (D + b) \right]$$

$$= 0{,}001817 . \beta [a L (D + a) + 2 bc (D + b)].$$

In England z. B. wiegt der Kubickfuß von gutem grauen Gußeiſen, nach dortigem Maaß und Gewicht, 450 ℔; alſo iſt daſelbſt allgemein

$$P = 0{,}81765 [a L (D + a) + 2 bc (D + b)].$$

Hierbey iſt der gewöhnliche Preiß auf allen Eiſenhütten für ausgebohrte Röhren oder Zylinder von jeder Gröſſe der Zentner (zu 112 ℔) dreyſſig Schillings oder $1\frac{1}{2}$ Pfund Sterling; ungebohrte Röhren oder Zylinder 14 bis 16 Schillings auf der Stelle.

Tafel

Tafel

aus der gegebenen Quadratfläche A einer Röhre ihren Durchmeſſer D zu finden.

A:	D.	A:	D.	A:	D.	A:	D.	A:	D.
1.	1,128.	21.	5,171.	41.	7,225.	61.	8,813.	81.	10,155.
2.	1,595.	22.	5,292.	42.	7,313.	62.	8,885.	82.	10,218.
3.	1,954.	23.	5,411.	43.	7,393.	63.	8,956.	83.	10,280.
4.	2,256.	24.	5,528.	44.	7,485.	64.	9,027.	84.	10,342.
5.	2,523.	25.	5,642.	45.	7,563.	65.	9,097.	85.	10,403.
6.	2,764.	26.	5,739.	46.	7,653.	66.	9,161.	86.	10,464.
7.	2,985.	27.	5,863.	47.	7,736.	67.	9,181.	87.	10,525.
8.	3,191.	28.	5,971.	48.	7,818.	68.	9,305.	88.	10,585.
9.	3,385.	29.	6,071.	49.	7,898.	69.	9,373.	89.	10,645.
10.	3,567.	30.	6,180.	50.	7,979.	70.	9,441.	90.	10,705.
11.	3,742.	31.	6,282.	51.	8,058.	71.	9,508.	91.	10,764.
12.	3,909.	32.	6,380.	52.	8,137.	72.	9,575.	92.	10,806.
13.	4,068.	33.	6,482.	53.	8,215.	73.	9,641.	93.	10,882.
14.	4,222.	34.	6,572.	54.	8,292.	74.	9,707.	94.	10,940.
15.	4,381.	35.	6,676.	55.	8,368.	75.	9,772.	95.	10,998.
16.	4,513.	36.	6,770.	56.	8,444.	76.	9,832.	96.	11,056.
17.	4,652.	37.	6,864.	57.	8,513.	77.	9,901.	97.	11,113.
18.	4,788.	38.	6,956.	58.	8,593.	78.	9,966.	98.	11,170.
19.	4,918.	39.	7,047.	59.	8,661.	79.	10,029.	99.	11,223.
20.	5,042.	40.	7,136.	60.	8,797.	80.	10,093.	100.	11,284.

Tafel

aus dem gegebenen Durchmeſſer einer Röhre D ihren Querſchnitt A zu finden.

D:	A.	D:	A.	D:	A.
1.	0,78539.	13.	132,73209.	25.	490,87343.
2.	3,14159.	14.	153,93785.	26.	530,93871.
3.	7,06857.	15.	176,71432.	27.	572,55487.
4.	12,56635.	16.	201,06163.	28.	615,75169.
5.	19,63492.	17.	226,97973.	29.	660,51984.
6.	28,27429.	18.	254,46862.	30.	706,85775.
7.	38,48455.	19.	283,52831.	31.	754,76697.
8.	50,26540.	20.	314,15926.	32.	805,24704.
9.	63,61715.	21.	346,36058.	33.	855,29795.
10.	78,53975.	22.	380,13270.	34.	907,91951.
11.	95,03303.	23.	415,47527.	35.	962,11193.
12.	113,09716.	24.	462,38896.	36.	1017,87516.

Nöthige Verbeſſerungen.

Seite 4, Zeile 4, ſtatt v^1 lies: v^2.

S. 9, Z. 5. (von unten) ſtatt A^1 lies: A^2.

S. 11, Z. 1, ſtatt $\frac{v}{4g}$ ließ: $\frac{v^2}{4g}$.

S. 12, Z. 5. (von unten) ſtatt M lies: W.

S. 16, lezte Zeile, ſtatt c lies: C.

S. 24, Z. 7, ſtatt $\frac{\alpha^2}{\varphi^2}$ (am Ende der Zeile) lies: $\frac{\alpha^2}{\omega^2}$.

Ebendaſelbſt, Zeile 3, (von unten) ſtatt $-\frac{\alpha^3\varphi}{W^3}$ lies: $-\frac{\alpha^2\varphi}{W^2}$.

S. 31, Z. 11, ſtatt $\frac{Q^2}{1{,}532 \,.\, a^2}$ lies: $\frac{Q^2}{1{,}532 \,.\, a^2 \,.\, g}$.

Ebendaſelbſt, Z. 13, ſtatt $\frac{Q^2}{2{,}637 \,.\, a^2}$ lies: $\frac{Q^2}{2{,}637 \,.\, a^2 \,.\, g}$.

Ebendaſ. Z. 14, ſtatt: alles nach Pariſermaaße, lies: allgemein nach jedem Maaße.

S. 32, Z. 13, ſtatt $0{,}707 \,.\, a^{\frac{1}{2}}$ lies: $0{,}707 \,.\, a$.

S. 34, Z. 1, ſtatt (§. 18. Fig. 9.) lies: (§. 19. Fig. 10.)

Ebend. Z. 3 und 4, ſtatt $\frac{\mu^2}{4g}$ lies: $\frac{m^2}{4g}$.

S. 35, Z. 1, der kleinen Tafel, ſtatt $\frac{A}{a}$ lies: $\frac{a}{A}$.

S. 38, Z. 3, (von unten) ſt. allgemeine Gleichung. Für ꝛc. lies: allgemeine Gleichung für ꝛc.

S. 48, Z. 4, ſtatt $y = 1 + \frac{c^2}{4g}$ lies: $\eta = 1 + \frac{C^2}{4g}$.

Ebend. Z. 16, ſtatt bm lies: Am.

S. 53, Z. 6. (von unten) ſtatt fl lies: bc.

S. 54, Z. 4, (von unten) ſtatt $C.\frac{\varphi}{W}$ lies: $C.\frac{W}{\varphi}$,

S. 64, lezte Zeile, ſtatt H lies: h.

S. 67, Z. 4, (von unten) ſtatt be lies: bc.

S. 81, Z. 2, ſtatt $(h + x)$ lies: $r\,(h + x)$.

S. 93, Z. 2, ſt. verkehrtem Verhältniß l. verkehrtem quadratiſchen Verhältniß.

S. 103, Z. 6, (von unten) ſtatt $\frac{bB}{v^2}$ lies: $\frac{bB}{2v}$.

S. 104, Z. 4, ſtatt $+ E^{\frac{bB}{2v}} = -1 + E^{\frac{bB}{2v}}$, lies: $+ E^{\frac{bB}{v}} = -1 + E^{\frac{bB}{v}}$.

S. 127, Z. 2, ſtatt $P = P$, lies: $P' = P$.

S. 130, Z. 14, ſtatt $v \,.\, \frac{W}{w}$ lies: $v \,.\, \frac{w}{W}$.

S. 148, Z. 4, ſtatt $\frac{1{,}39\left(\theta + h + l.\frac{W}{\omega}\right) - 2}{b}$ lies: $\frac{1{,}39\left(\theta + h + l.\frac{W}{\omega}\right)}{b} - 2$.

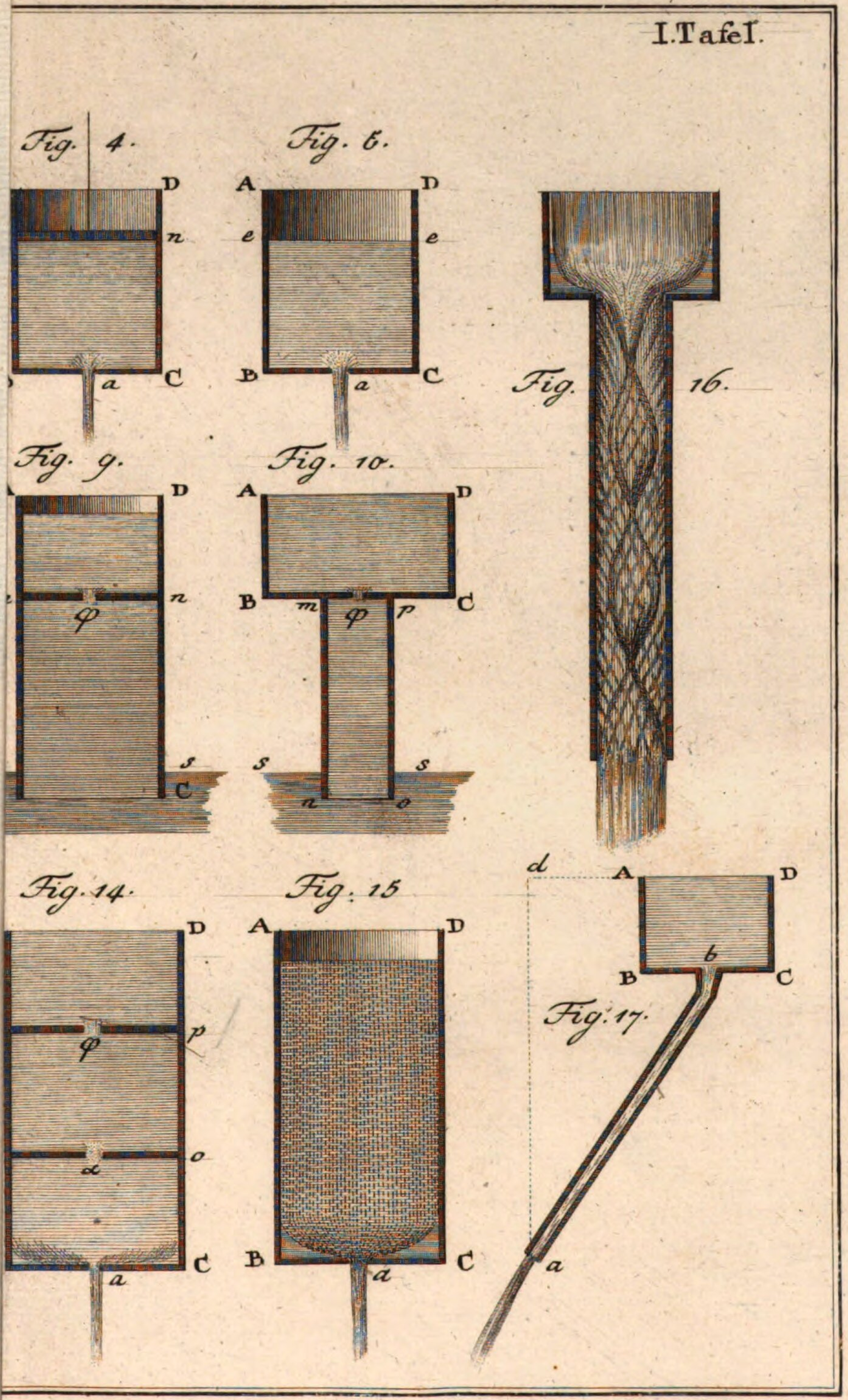
S. 157, Z. 8, (von unten) ſtatt $\lambda \,.\, \frac{W}{\omega} +$, lies: $\lambda \,.\, \frac{W}{\omega} + \theta$.

S. 165, Z. 2, (von unten) ſtatt $+ \beta + h$, lies: $l + \beta + h$.

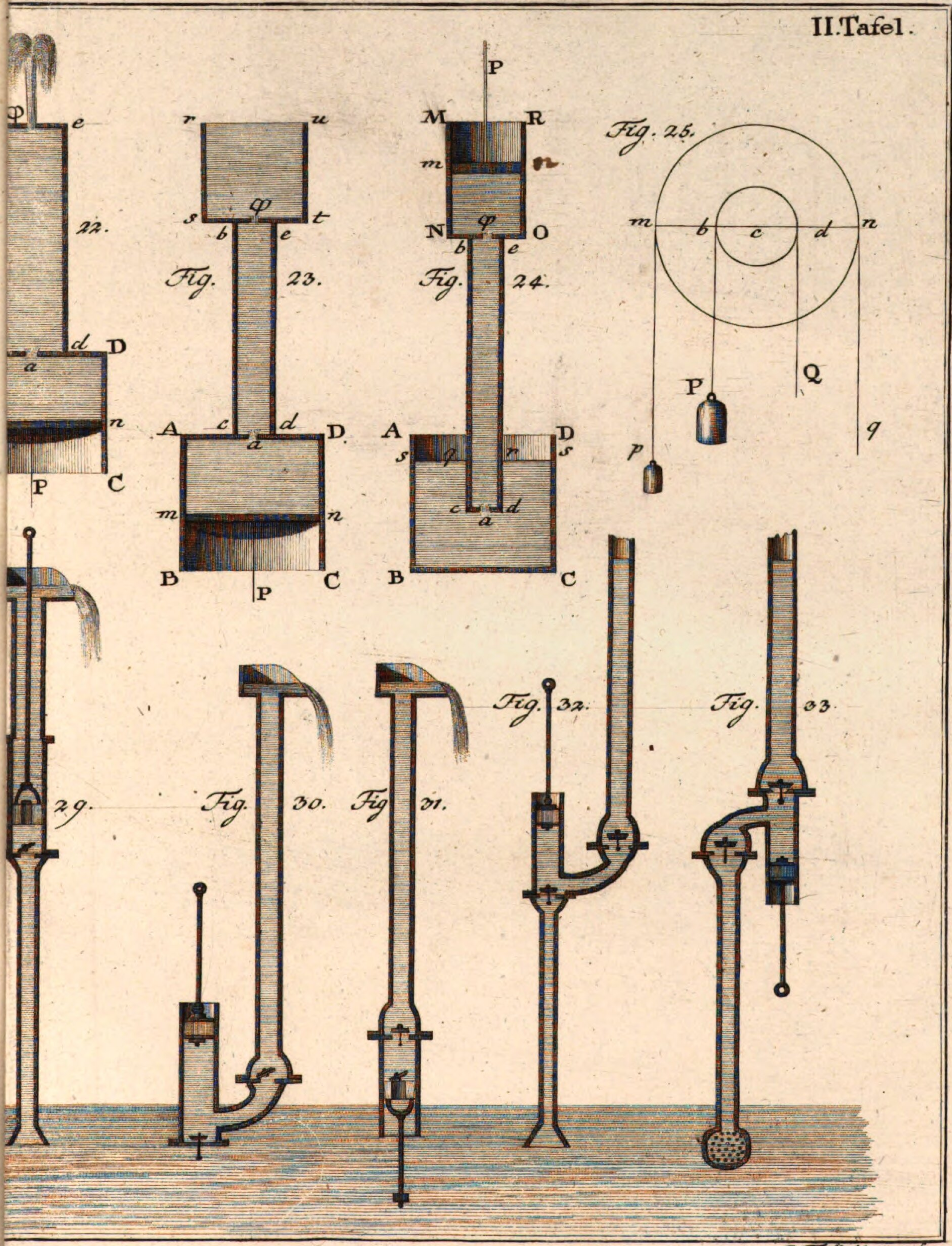
S. 191, Z. 4, (von unten) ſtatt: Schleſſeil, lies: Schiffſeil.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Sulzbach,
gedruckt in der Commerzienrath Seidliſchen Offizin.

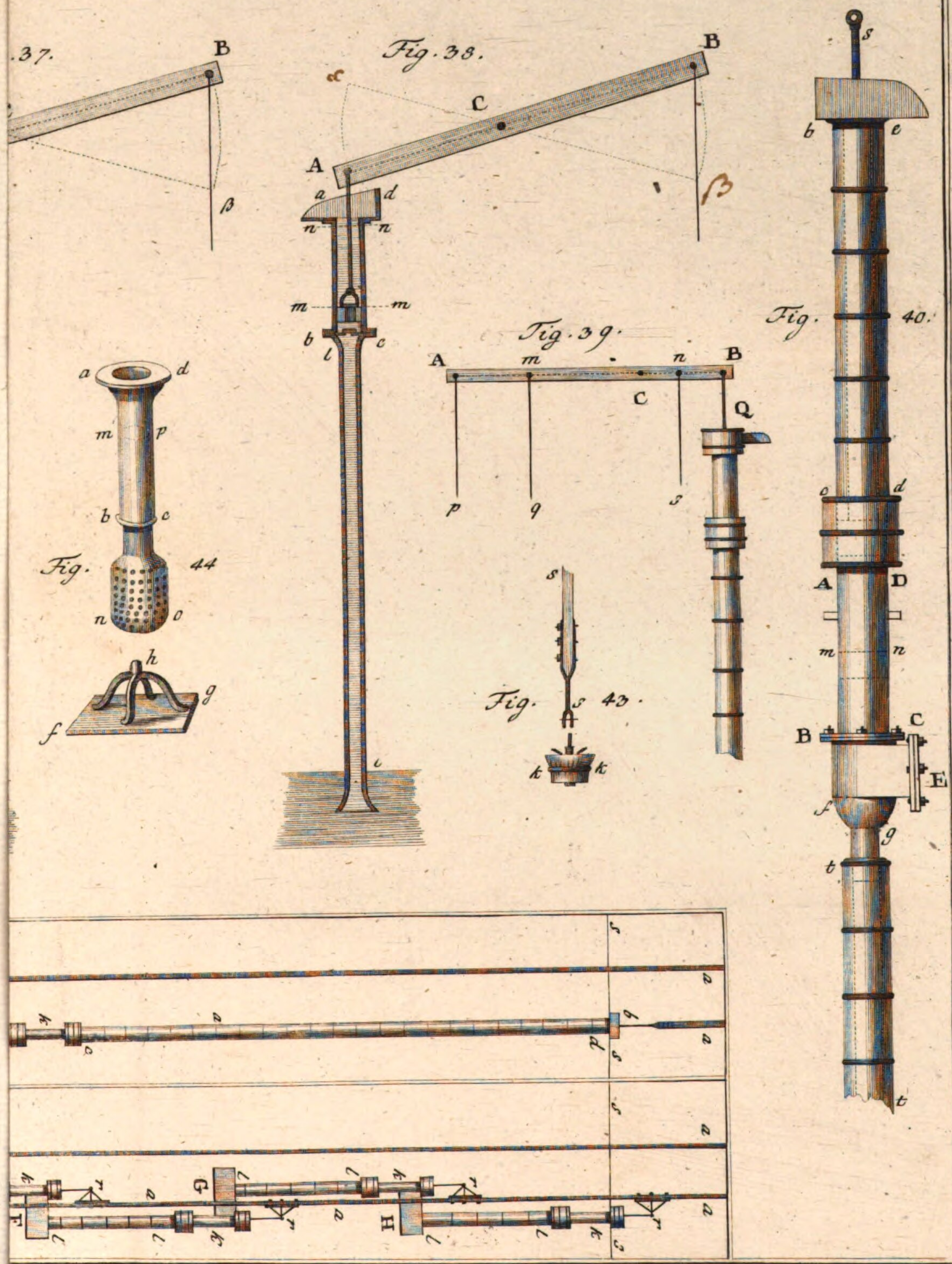


J. F. Volkart sc.

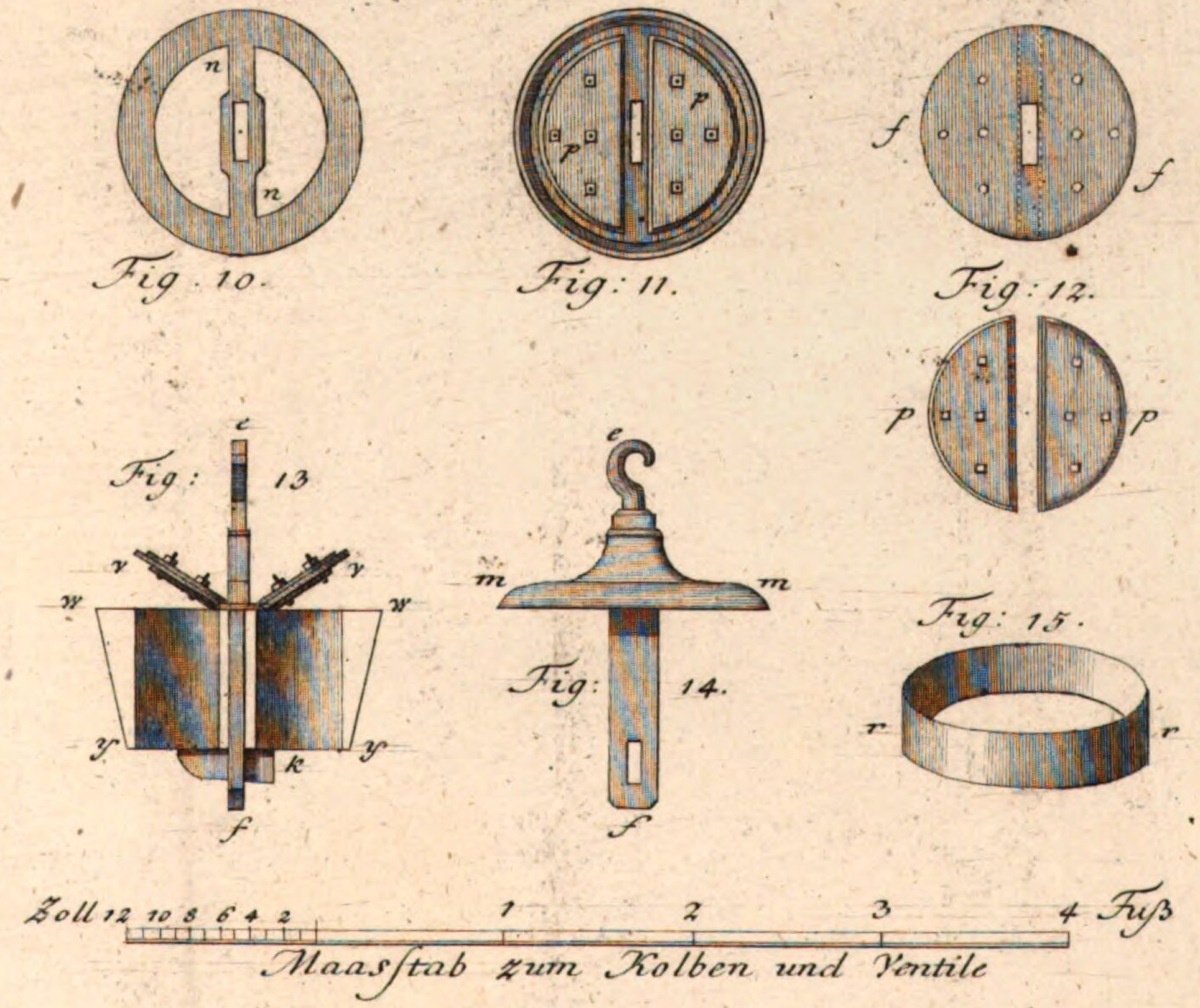


J. F. Volkart sc.

III. Tafel.



J. F. Volkart sc.



latte
f

J. F. Volkart ſc.

V. Tafel.

Fig. 4.

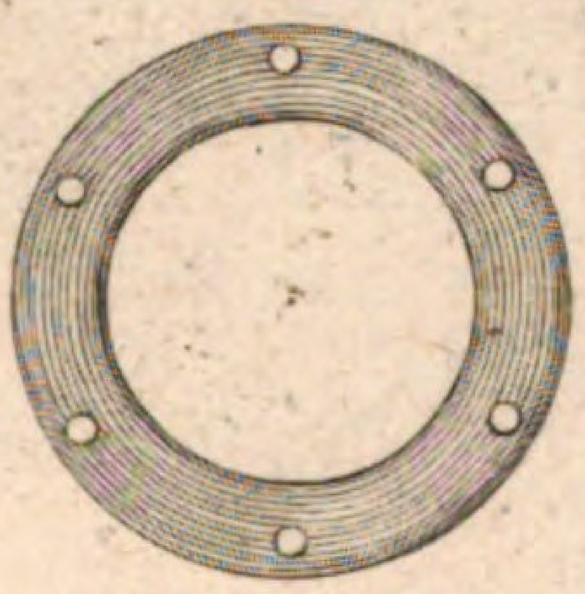


Fig. 6.

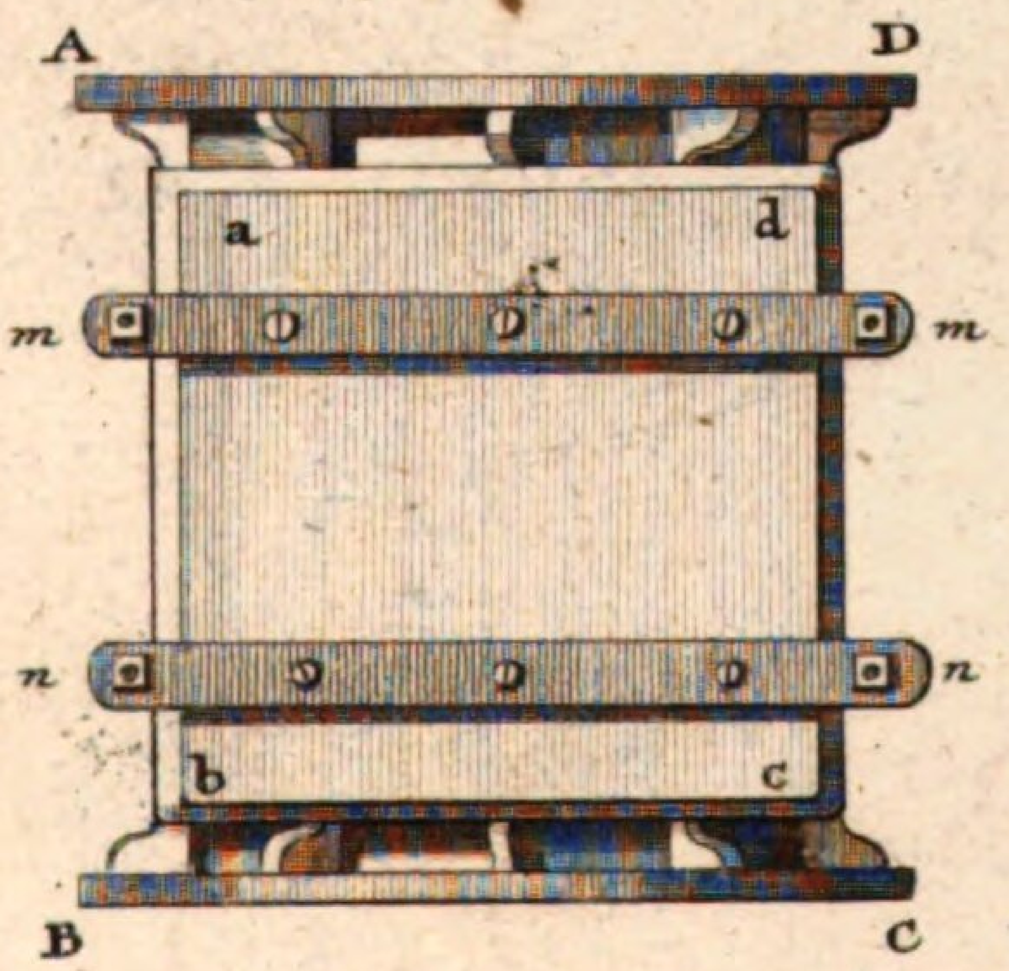
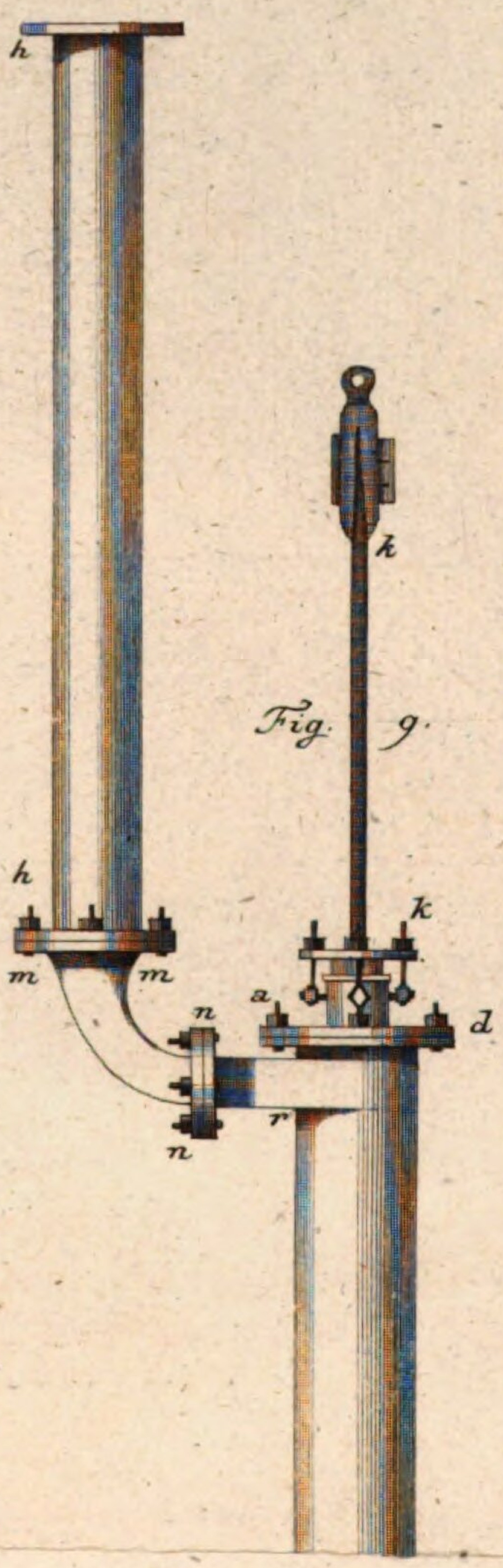
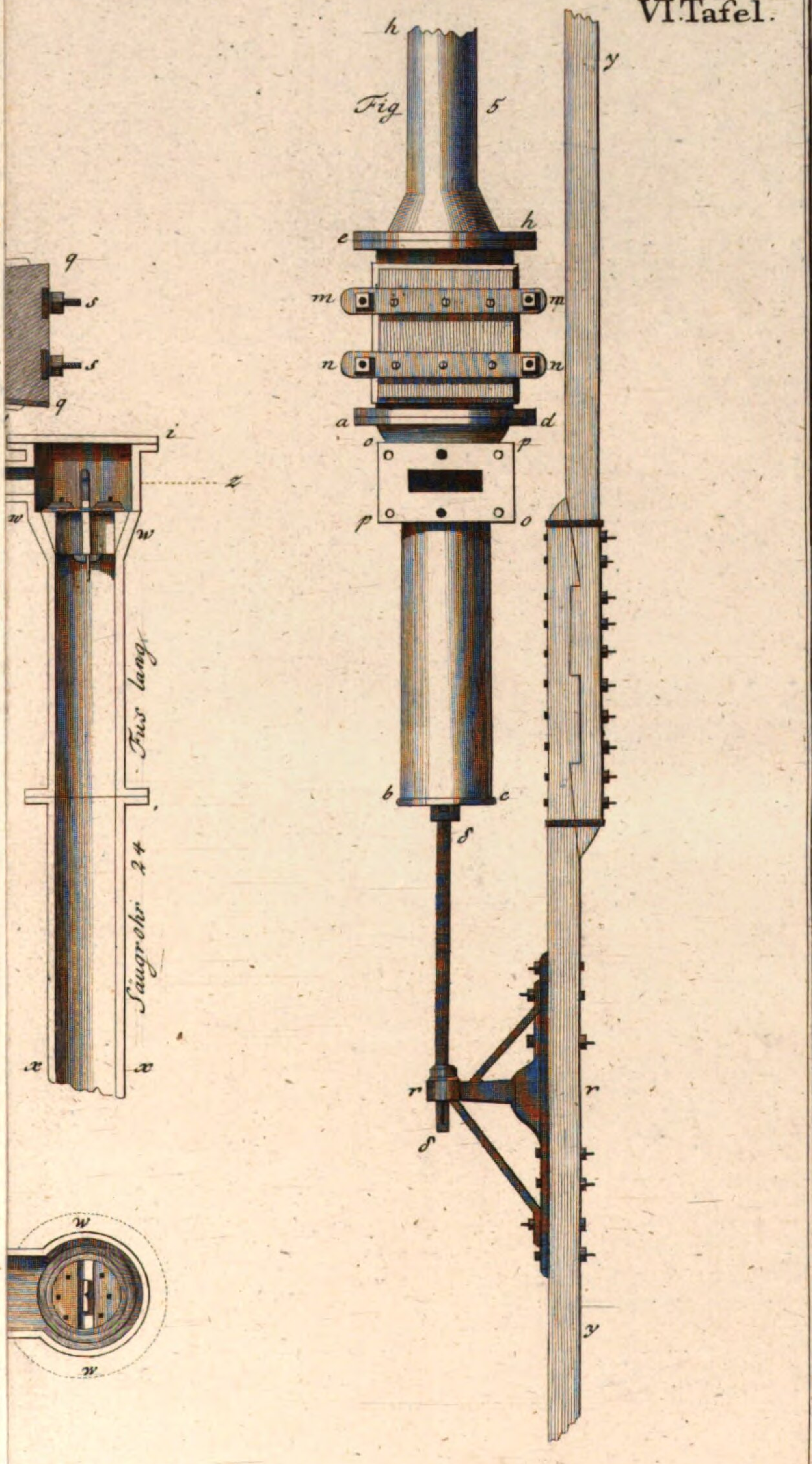


Fig. 9.



VI.Tafel.



J. F. Volkart ſc. Nor.

Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Baader, Joseph von, / Törring, Josef August <<von>>, / Volckart, Johann Friedrich,

Vollständige Theorie der Saug- und Hebepumpen, und Grundsätze zu ihrer vortheilhaftesten Anordnung, vorzüglich in Rücksicht auf Bergbau und Salinenwesen nebst einer Beschreibung der in den englischen Bergwerken gebräuchlichen hohen Kunstsätze, und einigen Vorschlägen zur Verbesserung

Bayreuth 1797

4 Bibl.Mont. 3686
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10723435-0
VD18 14389592